縦補剛されたアルミニウム合金板の
せん断耐荷力

ALST 研究レポート　44

2016 年 3 月

大阪大学大学院工学研究科

前田貴公，大倉一郎

概要

本研究では，有限要素法による弾塑性有限変位解析によって，せん断を受ける，縦補剛された長方形板の耐荷力を明らかにする．考慮するアルミニウム合金は，熱処理アルミニウム合金 A6061-T6 である．

目次

第１章　序論

アルミニウム合金材は，軽量で耐食性に優れることから 2000 年頃から歩道橋や歩行者用拡幅床版に使用されるようになってきた [1)]．2011 年には道路橋用アルミニウム床版を用いた鋼桁橋が建設された [2)]．このような状況で，道路橋用の桁もアルミニウム合金材で製作できるようになることが期待される．

図-1.1 に示すように，アルミニウム合金材を用いた歩道橋の桁の製作方法は鋼桁のそれと同様で，アルミニウム合金 A5083-O の圧延板を切断し，ウェブにフランジ，垂直補剛材および水平補剛材を，MIG 溶接による隅肉溶接で連結することによって製作される．道路橋は歩道橋よりも格段に大きな荷重を受けるので，0.2%耐力の低い A5083-O を使って道路橋を設計することは困難である．道路橋の桁の製作には 0.2%耐力の高いアルミニウム合金 A6061-T6 が使用されなければならない．しかし，A6061-T6 は熱処理によって 0.2%耐力が高められているので，MIG 溶接を施すと，溶接部の 0.2%耐力が低下する．したがって，**図-1.1** に示す桁を A6061-T6 を用いて，MIG 溶接によって製作した場合，垂直補剛材をウェブに連結する隅肉溶接の位置で桁の強度が低下する．そこで，**図-1.2** に示す，T 型断面の押出形材を摩擦攪拌接合で連結することにより，ウェブが縦補剛されたアルミニウム合金桁が提案された [3)]．この桁には中間垂直補剛材が存在せず，ウェブを横断する接合がないので，桁の一断面で強度が低下することはない．縦方向の摩擦攪拌接合部の接合中心から各側で，最大 25mm の範囲，すなわち最大 50mm の範囲で強度が低下する．しかし，**図-1.3** に示すように，次式で与えられる板厚をこの範囲の厚さに与えることにより，0.2%耐力に関して，この範囲の断面強度は母材の断面強度と同じになる [4)]．

$$t_j = \frac{\sigma_{0.2}}{\sigma_{j0.2}} t \tag{1.1}$$

ここに，t_j　：接合部の板厚

$\sigma_{0.2}$　：母材の 0.2%耐力

$\sigma_{j0.2}$　：接合部の 0.2%耐力

t　：母材の板厚

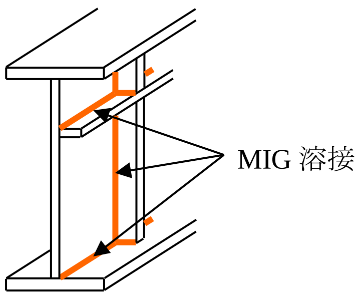


図-1.1　従来のアルミニウム合金桁

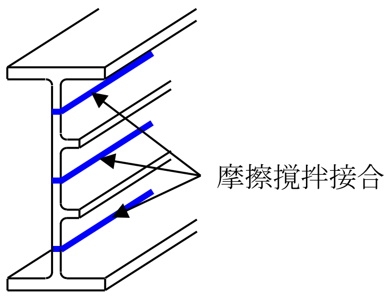


図-1.2　縦補剛されたウェブを有するアルミニウム合金桁

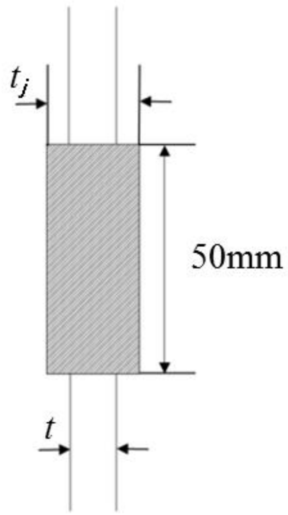


図-1.3　部分的に増厚された板

図-1.2 に示す，縦補剛されたウェブを有するアルミニウム合金桁の設計法を確立するために，これまでに，面内曲げを受ける長方形板の耐荷力 [5]および面内せん断を受ける長方形板の耐荷力 [6]が有限要素法による弾塑性有限変位解析によって調べられた．

本研究では，有限要素法による弾塑性有限変位解析によって，縦補剛されたアルミニウム合金 A6061-T6 の長方形板のせん断耐荷力を明らかにすることを目的とする．式(1.1)によって部分的に増厚された接合部を有する長方形板のせん断耐荷力は，非接合板のそれより高くなることが示されている [6]．したがって，本研究では非接合の長方形板のみを扱う．

第 2 章　縦補剛された長方形板のせん断座屈係数

2.1　縦補剛された，細長い長方形板

図−2.1 に示すように，対向する二辺が単純支持された，等間隔に複数の縦補剛材を有する，無限に長い長方形板がせん断応力 τ を受けている場合に対するせん断座屈係数 k と補剛材剛比 γs の関係が Crate & Lo[7]によって，**図−2.2** に示すように，グラフによって与えられている．ここで，せん断座屈係数 k と補剛材剛比 γs の定義は次の通りである．

$$k = \frac{\tau_{cr}}{\sigma_e} \tag{2.1}$$

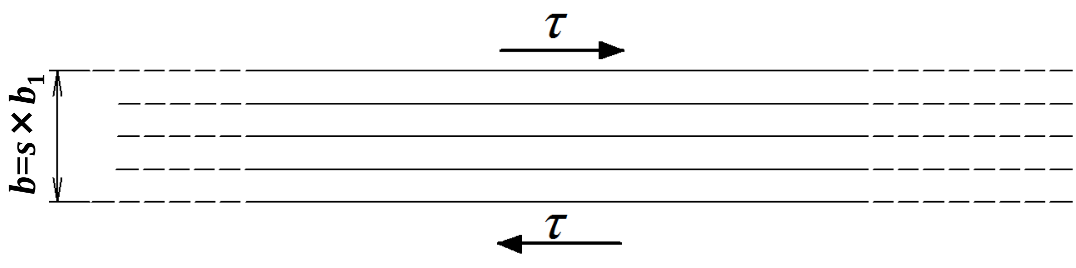
$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)(b/t)^2} \tag{2.2}$$

$$\gamma = \frac{EI_r}{Db} \tag{2.3}$$

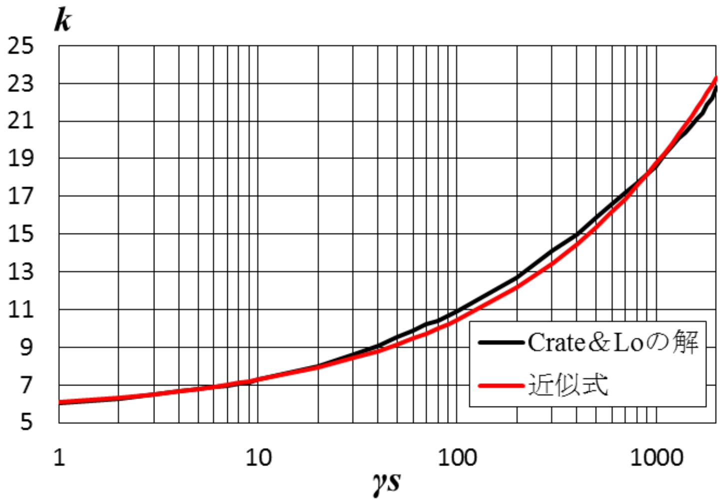
$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \tag{2.4}$$

$$s = \frac{b}{b_1} \tag{2.5}$$

ここに，τ_{cr}　：せん断座屈強度
σ_e　：板の基本座屈応力
E　：ヤング率（=70GPa）
μ　：ポアソン比（=0.3）
b　：長方形板の板幅
t　：長方形板の板厚
γ　：板の曲げ剛性に対する，一つの縦補剛材の曲げ剛性の比
I_r　：一つの縦補剛材の断面二次モーメント
D　：長方形板の板曲げ剛性
s　：縦補剛材で区切られた板要素の総数
b_1　：隣接する縦補剛材の間隔



図−2.1　せん断を受ける，無限に長い，等間隔に縦補剛された長方形板



図−2.2　k と γs の関係

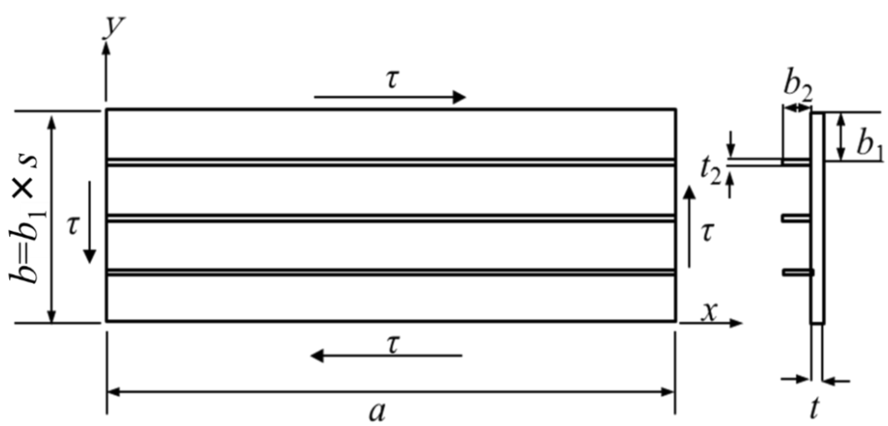
Crate & Lo によって与えられたせん断座屈係数 k と補剛材剛比 γs の関係は次式で近似される．

$$k = 5.34 + 0.74(\gamma s)^{0.42} \tag{2.6}$$

式(2.6)の数値 5.34 は，無限に長い無補剛の長方形板のせん断座屈係数である．したがって，図−2.3 に示す，縦補剛された，$a \times b$ の有限の長さを有する長方形板のせん断座屈係数は，$a \times b$ の無補剛の長方形板のせん断座屈係数が $5.34+4b^2/a^2$ であることを考慮して，次式で表されると仮定する．

$$k = 5.34 + \frac{4b^2}{a^2} + c_1(\gamma s)^{c_2} \tag{2.7}$$

ここに，c_1 と c_2：定数



図−2.3　せん断を受ける，等間隔に縦補剛された長方形板

縦補剛材と板とが一体となって座屈する場合，すなわち縦補剛された長方形板が全体座屈する場合に対するせん断座屈強度は，隣接する縦補剛材で区切られた板要素が座屈する場合，すなわち板要素が局部座屈する場合に対するせん断座屈強度を超すことはない．これを考慮して，式(2.7)で与えられる，縦補剛された長方形板が全体座屈する場合に対するせん断座屈係数の上限値を次に求める．

図−2.3 に示す $a\times b_1$ の板要素が周辺単純支持されていると仮定すると，$a\times b_1$ の板要素のせん断座屈係数 k_l は次式で与えられる．

$$k_l = 5.34 + \frac{4{b_1}^2}{a^2} = 5.34 + \frac{4b^2}{s^2 a^2} \tag{2.8}$$

$a\times b_1$ の板要素のせん断座屈強度を，縦補剛された $a\times b$ の長方形板のせん断座屈強度で表すと次式になる．

$$\tau_{cr} = k_l \frac{\pi^2 E}{12\left(1-\mu^2\right)} \frac{1}{\left(b_1/t\right)^2} = k_l s^2 \sigma_e = \left(5.34s^2 + \frac{4b^2}{a^2}\right)\sigma_e \tag{2.9}$$

したがって，式(2.7)の上限値が次式で与えられる．

$$k_{Sl} = 5.34s^2 + \frac{4b^2}{a^2} \tag{2.10}$$

ここに，k_{Sl}：縦補剛された長方形板が全体座屈する場合に対するせん断座屈係数の上限値

2.2　有限要素法による座屈解析

縦補剛された，$a\times b$ の長方形板のせん断座屈係数と補剛材剛比の関係を求めるために，面内せん断を受ける，等間隔に縦補剛された長方形板の座屈解析を，汎用有限要素解析プログラム MARC[8)]を用いて行う．縦横比 a/b に対して，1，2，3，4，5，6，7，8 を考慮する．本研究では，縦補剛された長方形板が橋桁のウェブに適用されることを想定して，板要素の総数 s を 4 以下とし，補剛材剛比 γs を 200 以下とする．

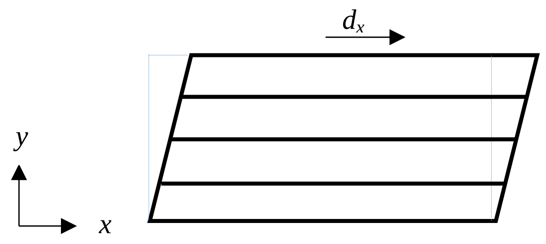
MARC[8)]による座屈解析においては，縦補剛された長方形板の初期たわみをゼロとし，応力−ひずみ関係を線形とし，非正定値処理（NON−Positive Definition）を実行しないことにより，全体剛性マトリックスの行列式（Determinant）がゼロをとったとき，長方形板がせん断座屈を起こす．このとき生じるせん断応力がせん断座屈強度である．有限要素として，長方形板に対して 8 節点シェル要素（MARC における要素番号 22），縦補剛材に対して 3 次元弾性梁要素（MARC における要素番号 52）を用いる．縦補剛材の断面積と断面 2 次モーメントを 3 次元弾性梁要素に与え，3 次元弾性梁要素の節点と板要素の節点を共有させる．

縦補剛された長方形板の境界条件は，面内せん断を受ける無補剛の長方形板の境界条件[6)]と同じである．すなわち，縦補剛された長方形板が桁のフランジと端補剛材によって，面外方向に対して周辺単純支持されていると仮定する．フランジと端補剛材の伸び剛性は大きいと仮定して，各辺の伸び変形はゼロとする．さらに，フランジと端補剛材の板曲げ

剛性は小さいと仮定して，長方形板の面内において，辺の長さ方向に対して直角方向の変位は自由とする．縦補剛された長方形板の面内方向の境界条件を**表-2.1** に示す．表中の u と v は，それぞれ x 軸方向と y 軸方向の変位である．下辺の水平変位を拘束し，上辺を水平方向に強制変位させる．長方形板の上辺の節点に生じる x 軸方向の反力の合計を長方形板の上辺の断面積で除すことによりせん断座屈応力 τ_{cr} が計算される．

表-2.1　境界条件

辺	u	v
x=0	自由	固定
x=a	自由	固定
y=0	固定	自由
y=b	変位量 d_x	自由



要素分割数がせん断座屈係数の精度に与える影響を調べる．無補剛の長方形板に対して，有限要素の形状を正方形として，板幅方向の要素分割数を，縦横比 a/b が 1.0～1.9 に対して 20 分割, a/b が 2.0～3.9 に対して 10 分割, a/b が 4.0～8.0 に対して 8 分割とすることにより，十分な精度が得られることが示されている [6]．したがって, 有限要素の形状を正方形として，**表-2.2** に示すように，s=4 の縦補剛された長方形板の板幅方向の要素分割数に対して 2 ケースを考慮する．ケース A は，前述の無補剛の長方形板の要素分割数を縦補剛された長方形板全体に適用したものであり，ケース B は，前述の無補剛の長方形板の要素分割数を隣接する縦補剛材間の板要素に適用したものである．

表-2.2　板幅方向の要素分割数　[s=4]

a/b	ケース A	ケース B
1	20	80
2	16	64
4	16	64
6	8	32
8	8	32

ケース A と B の要素分割に対するせん断座屈係数の比較を**表-2.3** に示す．補剛材剛比 γs が増加しても，両者の要素分割が与えるせん断座屈係数はほぼ一致している．したがって，縦補剛された長方形板のせん断座屈係数を求める際の要素分割は，有限要素を正方形として，板幅方向に対して**表-2.4** に示す分割数とする．

表-2.3　せん断座屈係数の値の比較　[s=4]

(a)　a/b=1

γs	ケースA	ケースB
10	27.073	27.070
50	50.554	50.548
200	71.327	71.327

(b)　a/b=2

γs	ケースA	ケースB
10	10.344	10.344
50	21.121	21.121
200	45.652	45.652

(c)　a/b=4

γs	ケースA	ケースB
10	8.145	8.145
50	12.179	12.179
200	18.111	18.111

(d)　a/b=6

γs	ケースA	ケースB
10	7.684	7.680
50	10.746	10.748
200	16.491	16.495

(e)　a/b=8

γs	ケースA	ケースB
10	7.524	7.524
50	10.417	10.417
200	14.584	14.584

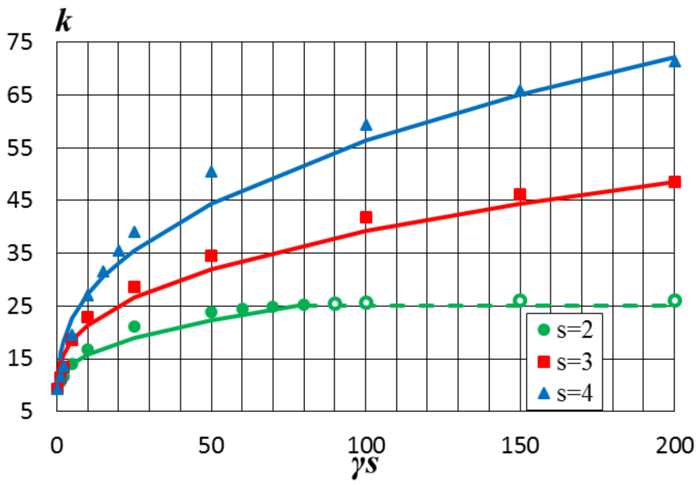
表-2.4　板幅方向の要素分割数

a/b	s		
	2	3	4
1	20	21	20
2	16	18	16
3	16	18	16
4	16	18	16
5	16	18	16
6	8	9	8
7	8	9	8
8	8	9	8

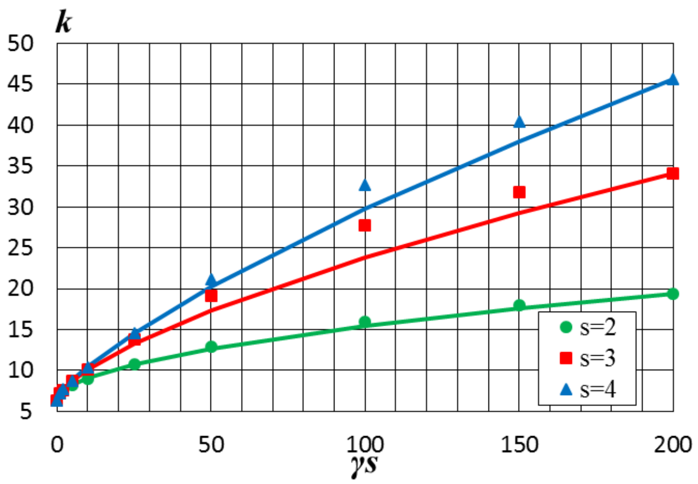
2.3　せん断座屈係数と補剛材剛比の関係

縦補剛された長方形板のせん断座屈係数 k と補剛材剛比 γs の関係を**図-2.4** に示す．数値データを**付録 A** に示す．**図-2.4**(a)に示す，a/b=1 で，局部座屈を起こした s＝2 の白抜の点を除いて，縦補剛された長方形板は全体座屈を起こす．白抜きの点の k の値は，γs が 90 以上で生じ，式(2.10)が与える k_{SI}＝25.36 にほぼ一致する．他方，各図の実線は式(2.7)で与えられる曲線である．同式の c_1 と c_2 の値は**表-2.5** に示す．これらの数値は，解析値に最小二乗法を適用することによって与えられた．

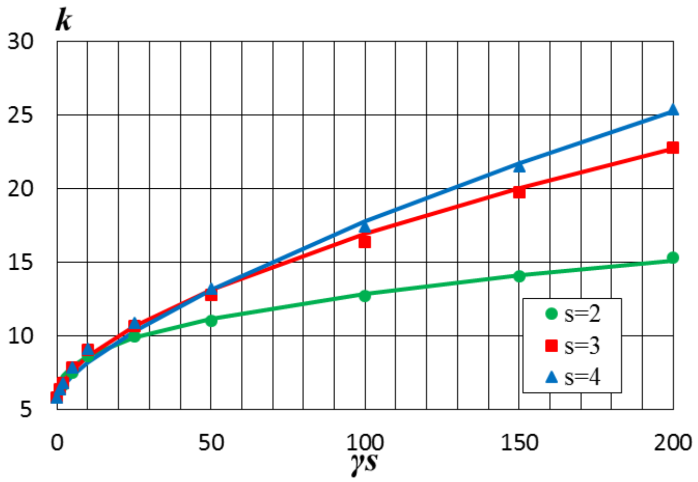
式(2.6)によって与えられる Crate & Lo[7)]の解に対する近似曲線が**図-2.4**(h)に描いてある．無限に長い，縦補剛された長方形板のせん断座屈係数は a/b=8 のそれより低いことが分かる．



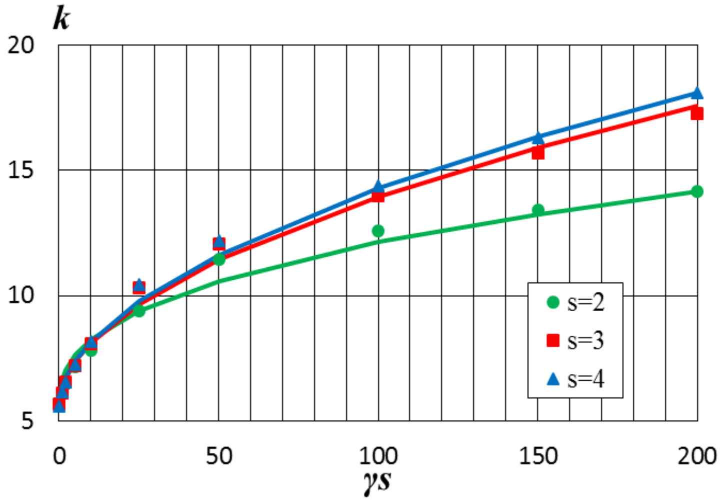
(a)　a/b=1



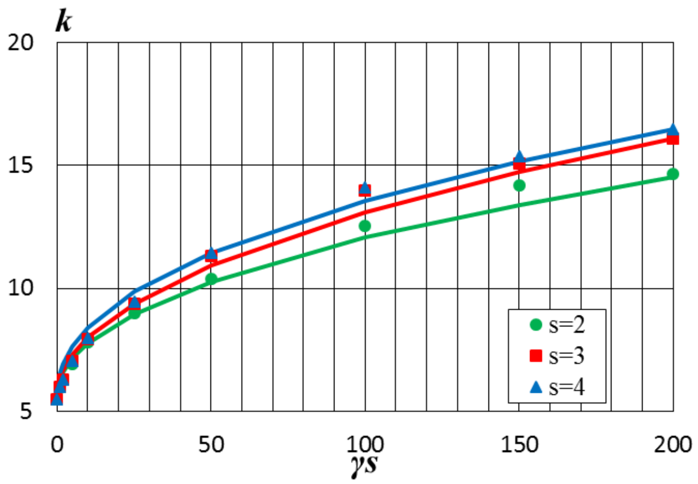
(b)　a/b=2



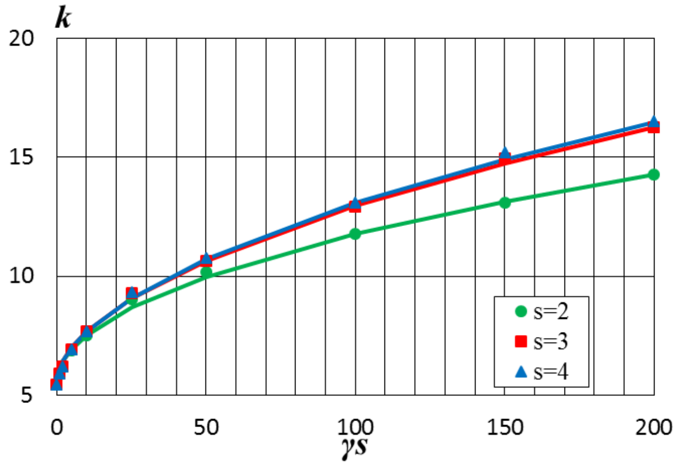
(c) *a/b*=3



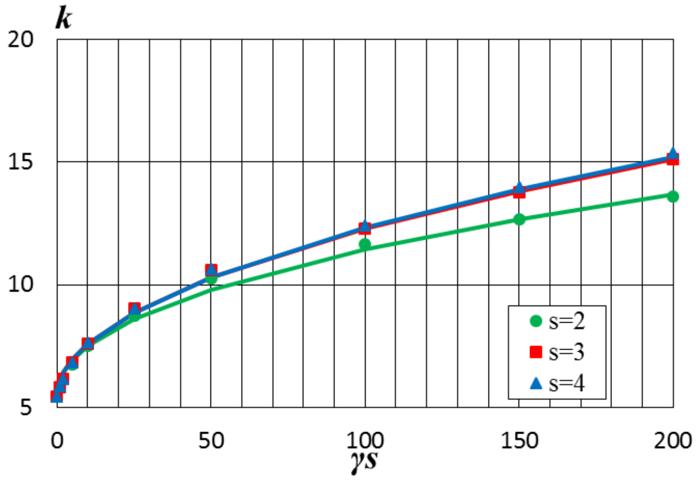
(d) *a/b*=4



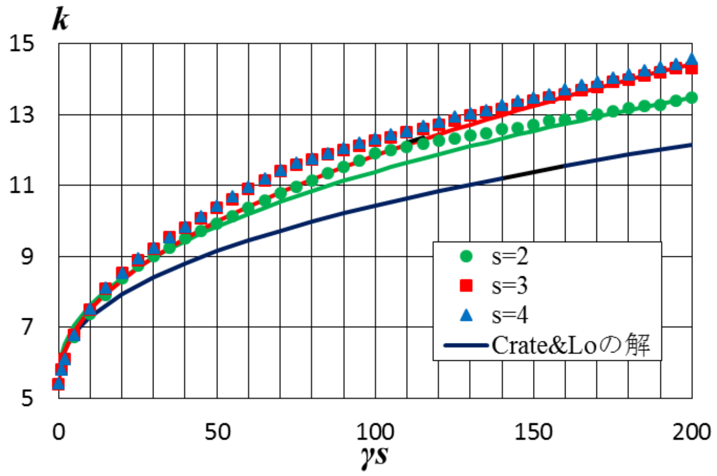
(e) *a/b*=5



(f)　*a*/*b*=6



(g)　*a*/*b*=7



(h)　*a*/*b*=8

図-2.4　k と γs の関係

表-2.5　c_1 と c_2 の値

(a)　a/b=1

s	c_1	c_2
2	2.32	0.44
3	4.87	0.39
4	6.78	0.42

(b)　a/b=2

s	c_1	c_2
2	0.83	0.52
3	0.80	0.67
4	0.74	0.75

(c)　a/b=3

s	c_1	c_2
2	1.12	0.40
3	0.70	0.60
4	0.48	0.70

(d)　a/b=4

s	c_1	c_2
2	1.08	0.39
3	0.76	0.52
4	0.77	0.53

(e)　a/b=5

s	c_1	c_2
2	0.79	0.46
3	0.82	0.48
4	1.05	0.44

(f)　a/b=6

s	c_1	c_2
2	0.68	0.48
3	0.66	0.53
4	0.65	0.53

(g)　a/b=7

s	c_1	c_2
2	0.72	0.46
3	0.70	0.50
4	0.69	0.50

(h)　a/b=8

s	c_1	c_2
2	0.82	0.43
3	0.68	0.49
4	0.69	0.49

2.4　座屈形状

第 4 章で, 縦補剛された長方形板のせん断耐荷力を求める際に, 長方形板に対して, 式(4.2)で与えられる正弦波の初期たわみを仮定する．同式の m と n は，それぞれ，長方形板の x 軸方向と y 軸方向の初期たわみモード数である．m と n の値を**表-2.6** に示す．これらの値は座屈形状に基づいている．m は長方形板の x 軸方向の座屈形状の山と谷の総数であり，n は長方形板の y 軸方向の山と谷の総数である．**表-2.6**(a)の s=2 で γs=100 と 200 に対しては全体座屈が生じなかったので m と n の値の記載がない．

表-2.6　m と n の値

(a)　a/b=1

	s					
	2		3		4	
γs	m	n	m	n	m	n
5	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	2	1	2
25	1	1	1	2	1	2
50	1	1	1	2	1	3
100	-	-	1	2	1	3
200	-	-	1	2	1	3

(b)　a/b=2

	s					
	2		3		4	
γs	m	n	m	n	m	n
5	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1
25	1	1	1	1	1	1
50	1	1	1	1	1	1
100	1	1	1	1	1	1
200	1	1	1	2	1	2

(c) *a/b*=3

	s					
	2		3		4	
γs	*m*	*n*	*m*	*n*	*m*	*n*
5	2	1	2	1	2	1
10	2	1	1	1	1	1
25	1	1	1	1	1	1
50	1	1	1	1	1	1
100	1	1	1	1	1	1
200	1	1	1	1	1	1

(d) *a/b*=4

	s					
	2		3		4	
γs	*m*	*n*	*m*	*n*	*m*	*n*
5	2	1	2	1	2	1
10	2	1	2	1	2	1
25	2	1	2	1	2	1
50	2	1	1	1	1	1
100	1	1	1	1	1	1
200	1	1	1	1	1	1

(e) *a/b*=5

	s					
	2		3		4	
γs	*m*	*n*	*m*	*n*	*m*	*n*
5	3	1	3	1	3	1
10	3	1	2	1	2	1
25	2	1	2	1	2	1
50	2	1	2	1	1	1
100	2	1	1	1	1	1
200	1	1	1	1	1	1

(f) a/b=6

	s					
	2		3		4	
γs	m	n	m	n	m	n
5	3	1	3	1	3	1
10	3	1	3	1	3	1
25	3	1	2	1	2	1
50	2	1	2	1	2	1
100	2	1	2	1	2	1
200	2	1	1	1	1	1

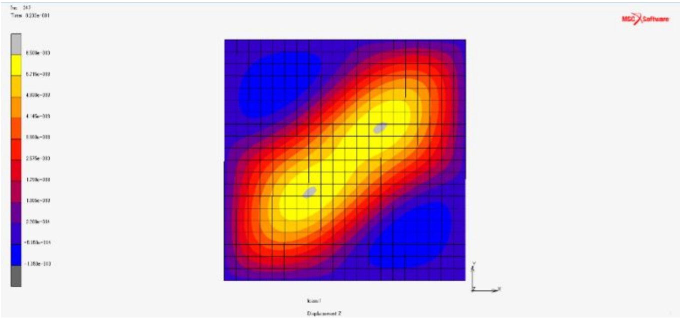
(g) a/b=7

	s					
	2		3		4	
γs	m	n	m	n	m	n
5	4	1	4	1	4	1
10	4	1	3	1	3	1
25	3	1	3	1	3	1
50	3	1	2	1	2	1
100	2	1	2	1	2	1
200	2	1	2	1	2	1

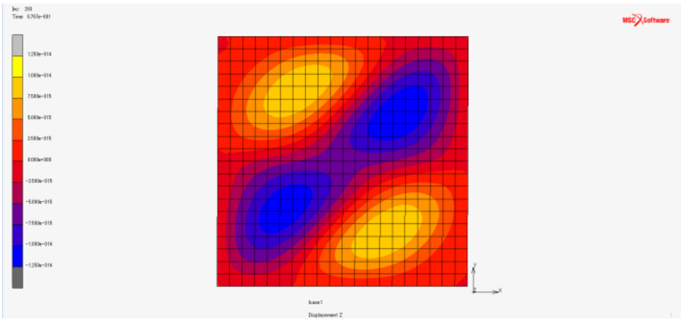
(h) a/b=8

	s					
	2		3		4	
γs	m	n	m	n	m	n
5	4	1	4	1	4	1
10	4	1	3	1	3	1
25	3	1	3	1	3	1
50	3	1	3	1	3	1
100	3	1	2	1	2	1
200	2	1	2	1	2	1

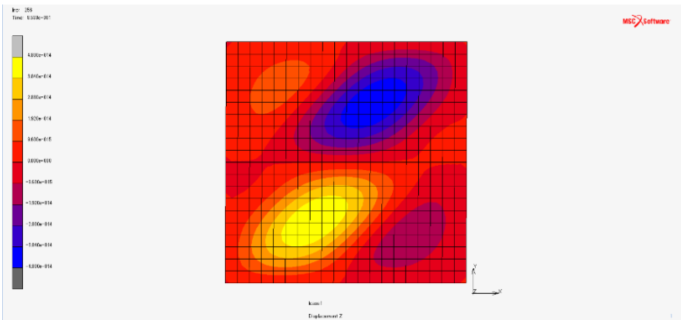
a/b=1 で s=2 に対する縦補剛された長方形板の座屈形状を**図−2.5** に示す．色彩によって，面外方向の変形を表している．γs=10 と 50 では，縦補剛材と長方形板が一体となって全体座屈している．γs=200 では，縦補剛材を節として，縦補剛材の上下で局部座屈が発生している．



(a)　γs=10　(m，n)=(1，1)



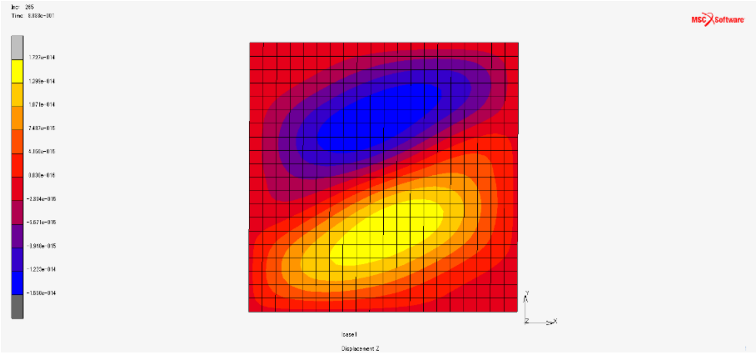
(b)　γs=50　(m，n)=(1，1)



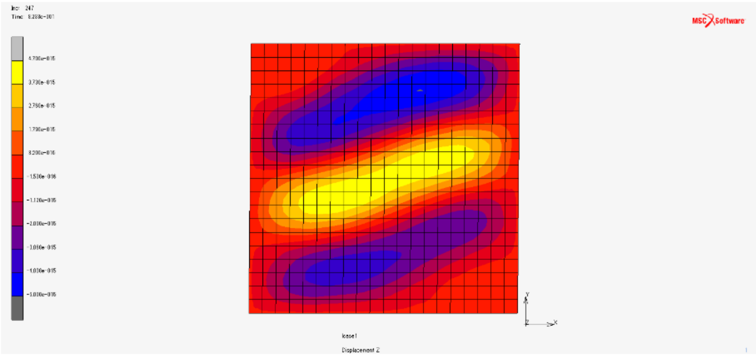
(c)　γs=200　（局部座屈）

図−2.5　座屈形状　[a/b=1，s=2]

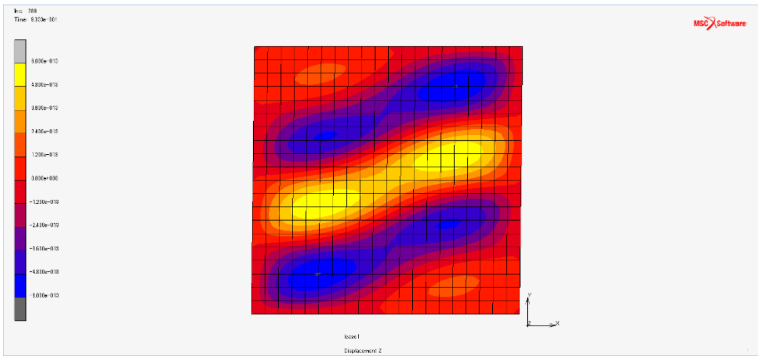
a/b=1 で s=4 に対する縦補剛された長方形板の座屈形状を**図−2.6** に示す．補剛材剛比が大きくなるに従って，y 軸方向のモード数 n が増加する．



(a)　γs=10　(m，n)=(1，2)



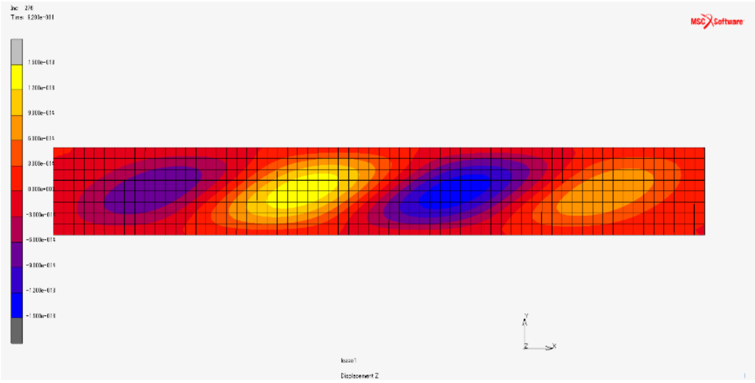
(b)　γs=50　(m，n)=(1，3)



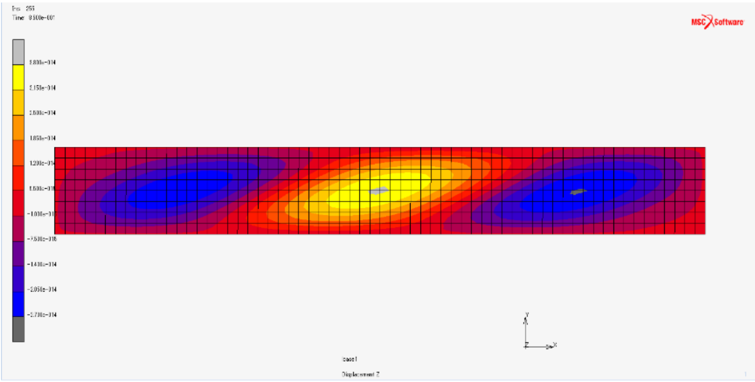
(c)　γs=200　(m，n)=(1，3)

図−2.6　座屈形状　[a/b=1，s=4]

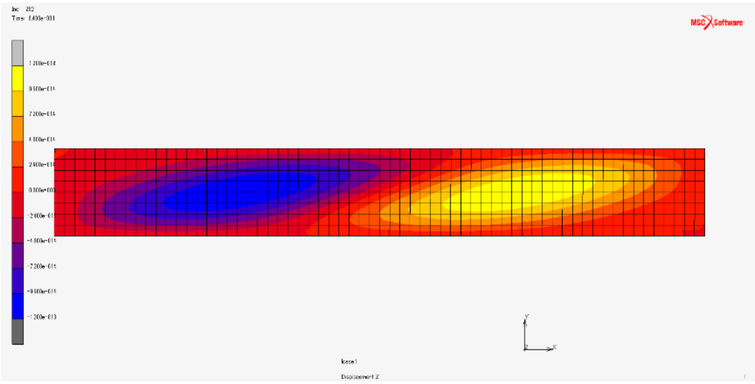
a/b=8 で s=4 に対する縦補剛された長方形板の座屈形状を**図−2.7** に示す．補剛材剛比が大きくなるに従って，x 軸方向のモード数 m が減少する．



(a)　γs=10　(m,　n)=(4,　1)



(b)　γs=50　(m,　n)=(3,　1)



(c)　γs=200　(m,　n)=(2,　1)

図−2.7　座屈形状　[a/b=8,　s=4]

第 3 章　縦補剛された長方形板の断面形状

縦補剛された長方形板の幅厚比パラメータ R は次式で定義される．

$$R = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{k}\frac{\tau_{0.2}}{E}}\frac{b}{t} \tag{3.1}$$

ここに，$\tau_{0.2} = \dfrac{\sigma_{0.2}}{\sqrt{3}}$ (3.2)

$\sigma_{0.2}$：0.2％耐力

式(2.7)を式(3.1)に代入して次式を得る．

$$R = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{5.34+\dfrac{4b^2}{a^2}+c_1(\gamma s)^{c_2}}\frac{\tau_{0.2}}{E}}\frac{b}{t} \tag{3.3}$$

これを b/t について解いて次式を得る．

$$\frac{b}{t} = \pi R\sqrt{\frac{5.34+\dfrac{4b^2}{a^2}+c_1(\gamma s)^{c_2}}{12(1-\mu^2)}\frac{E}{\tau_{0.2}}} \tag{3.4}$$

一つの縦補剛材の断面二次モーメント I_r は次式で与えられる．

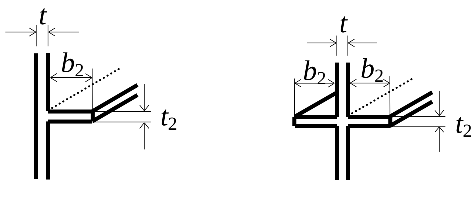
$$I_r = \frac{jb_2^3t_2}{3} \tag{3.5}$$

図-3.1 を参照して，

b_2：縦補剛材の幅

t_2：縦補剛材の厚さ

j：片側補剛の場合 1，両側補剛の場合 2



(a)　片側補剛　　　(b)　両側補剛

図-3.1　片側補剛と両側補剛

式(2.4)と(3.5)を式(2.3)に代入して次式を得る．

$$\gamma = \frac{4j(1-\mu^2)\beta_r{}^3(t_2/t)^4}{(b/t)} \tag{3.6}$$

ここに，β_r：縦補剛材の幅厚比（$=b_2/t_2$）

式(3.6)の b/t に式(3.4)を代入し，t_2/t について解いて，長方形板の板厚に対する縦補剛材の板厚の比 t_2/t と補剛材剛比 γs の関係が次のように与えられる．

$$\frac{t_2}{t}=\left\{\frac{\pi R\sqrt{\dfrac{5.34+\dfrac{4b^2}{a^2}+c_1(\gamma s)^{c_2}}{12\left(1-\mu^2\right)}\dfrac{E}{\tau_{0.2}}}}{4j\left(1-\mu^2\right)\beta_r{}^3 s}\gamma s\right\}^{\frac{1}{4}} \tag{3.7}$$

縦補剛材を圧縮を受ける自由突出板とみなし，アルミニウム合金の 0.2%耐力を維持する限界の幅厚比パラメータの値に対して縦補剛材の幅厚比を決める．アルミニウム合金 A6061-T6 に対して限界の幅厚比パラメータの値が 0.60 であるので [9]，縦補剛材の幅厚比 β_r が次式で与えられる．

$$\beta_r=0.60\pi\sqrt{\frac{0.425}{12(1-\mu^2)}\frac{E}{\sigma_{0.2}}} \tag{3.8}$$

A6061-T6 の 0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ が 245MPa であるので，β_r=6.28 を得る．

縦補剛された長方形板の断面形状は，幅厚比パラメータ R，補剛材剛比 γs および縦補剛材で区切られた板要素の総数 s の値が与えられると，式(3.4)によって長方形板の幅厚比の値が決まり，式(3.7)によって縦補剛材と長方形板の板厚比の値が決まる．すなわち，幅厚比パラメータ R，補剛材剛比 γs および縦補剛材で区切られた板要素の総数 s の値が与えられると，縦補剛された長方形板の断面形状が決まる．

第 4 章　縦補剛された長方形板のせん断耐荷力

4.1　有限要素法による弾塑性有限変位解析

面内せん断を受ける，縦補剛された長方形板の弾塑性有限変位解析を，汎用有限要素解析プログラム MARC[8)]を用いて行う．有限要素として，長方形板および縦補剛材ともに，8 節点シェル要素（MARC の要素タイプ 22）を使用する．

応力－ひずみ関係に対して Ramberg-Osgood 形式で与えられる次式を使用する [10)].

$$\begin{cases} \varepsilon = \dfrac{\sigma}{E} + 0.002\left(\dfrac{\sigma}{\sigma_{0.2}}\right)^n & (\sigma \leqq \sigma_{0.2}) \\ \sigma = \sigma_{0.2} & (\sigma > \sigma_{0.2}) \end{cases} \tag{4.1}$$

ここに，ε　：ひずみ

σ　：応力

$\sigma_{0.2}$　：0.2%耐力

n　：ひずみ硬化パラメータ

［2.4 節および式(4.2)で使用されるモード数 n とは異なる］

$\sigma_{0.2}$ に対してアルミニウム合金 A6061-T6 の 0.2％耐力 245MPa を使用する．ひずみ硬化パラメータ n に対して，同合金に対する 29.1 を使用する．これは，引張試験の結果に対して，非超過確率 5％に対する値である [10)].

解析対象は, 図−2.3 に示す, 片側に縦補剛された長方形板である. 縦横比 a/b に対して 1, 4，8 を考慮する．長方形板の境界条件は，2.2 節で述べた座屈解析の場合と同様である．縦補剛材の両端の境界条件に対して，z 軸方向および y 軸方向の変位を固定する．最大荷重時に, 長方形板の上辺の節点に生じる x 軸方向の反力の合計を長方形板の上辺の断面積で除して得られる値をせん断耐荷力 τ_u とする．

縦補剛された長方形板に対して，次式で与えられる初期たわみ w_0 を仮定する．

$$w_0 = \frac{b}{250}\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \tag{4.2}$$

ここに，m　：縦補剛された長方形板の長手方向の初期たわみモード数

n　：縦補剛された長方形板の板幅方向の初期たわみモード数

式(4.2)の $b/250$ は，アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針（案）[4)]で規定される桁ウェブに対する製作精度である．初期たわみモード数 m と n に対して表−2.6 に示す値を用いる．

要素分割数がせん断耐荷力の精度に与える影響を調べる．無補剛の長方形板に対して，有限要素の形状を正方形として，板幅方向の要素分割数を，縦横比 a/b が 1.0～1.9 に対して 10 分割，a/b が 2.0 以上に対して 8 分割とすることにより，せん断耐荷力に対して十分な精度が得られることが示されている [6)]．したがって，有限要素の形状を正方形として，s=4 に

対する縦補剛された長方形板の板幅方向の要素分割数に対して，**表-4.1** に示すように，2 ケースを考慮する．ケース A は，無補剛の長方形板に対する要素分割数を縦補剛された長方形板全体に適用したものであり，ケース B は，無補剛の長方形板に対する要素分割数を隣接する縦補剛材間の板要素に適用したものである．

表-4.1　板幅方向の要素分割数

a/b	ケース A	ケース B
1	20	80
4	8	32
8	8	32

ケース A と B の要素分割に対するせん断耐荷力を 0.2%せん断耐荷力で無次元化した $\tau_u/\tau_{0.2}$ の比較を**表-4.2** に示す．これは，γs＝50 の長方形板に対する結果である．補剛材の幅方向の要素分割を 2 分割としている．これの妥当性については後で述べる．式(4.2)で与えられる初期たわみを長方形板に仮定している．**表-4.2** から分かるように，幅厚比パラメータ R の各値に対して，ケース A と B の要素分割が与える $\tau_u/\tau_{0.2}$ はほぼ一致している．したがって，縦補剛された長方形板のせん断耐荷力を求める際の要素分割は，有限要素を正方形として，板幅方向に対して**表-4.3** に示す分割数とする．

表-4.2　$\tau_u/\tau_{0.2}$ と R の関係（γs＝50）

(a)　*a/b*=1

R	ケース A	ケース B
0.6	0.991	0.990
1.0	0.868	0.867
1.6	0.614	0.610

(b)　*a/b*=4

R	ケース A	ケース B
0.6	0.999	0.999
1.0	0.904	0.905
1.6	0.572	0.573

(c)　a/b=8

R	ケース A	ケース B
0.6	0.998	0.999
1.0	0.872	0.873
1.6	0.500	0.499

表-4.3　板幅方向の要素分割数

a/b	s		
	2	3	4
1	20	21	20
4	8	9	8
8	8	9	8

縦補剛材の要素分割数がせん断耐荷力の精度に与える影響を調べる．$\tau_u/\tau_{0.2}$ と縦補剛材の幅方向の要素分割数の関係を**表-4.4** に示す．これは，縦横比 a/b=8 で，R=1.0，γs＝50，s=4 の長方形板に対する結果である．長方形板は板幅方向に 8 分割されている（**表-4.3** 参照）．縦補剛材の幅方向の要素分割数が変化しても，$\tau_u/\tau_{0.2}$ は一致している．したがって，縦補剛材の幅方向の要素分割数を 2 とする．縦補剛された長方形板の要素分割を**図-4.1** に示す．

表-4.4　$\tau_u/\tau_{0.2}$ と縦補剛材の幅方向の要素分割数の関係

2 分割	5 分割	8 分割
$\tau_u/\tau_{0.2}$	$\tau_u/\tau_{0.2}$	$\tau_u/\tau_{0.2}$
0.872	0.872	0.872

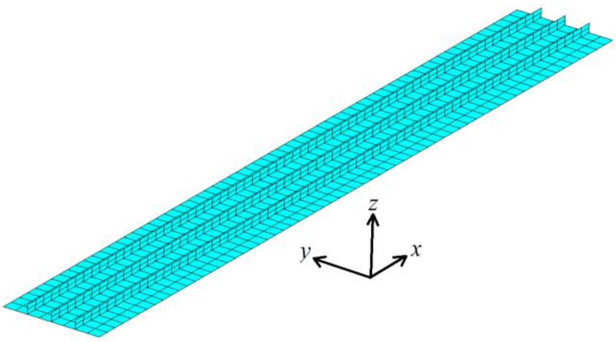
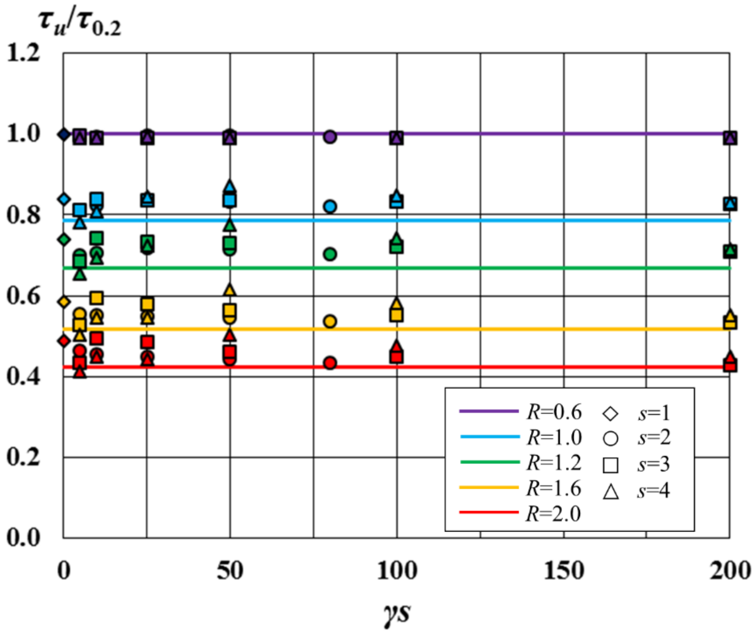


図-4.1　要素分割

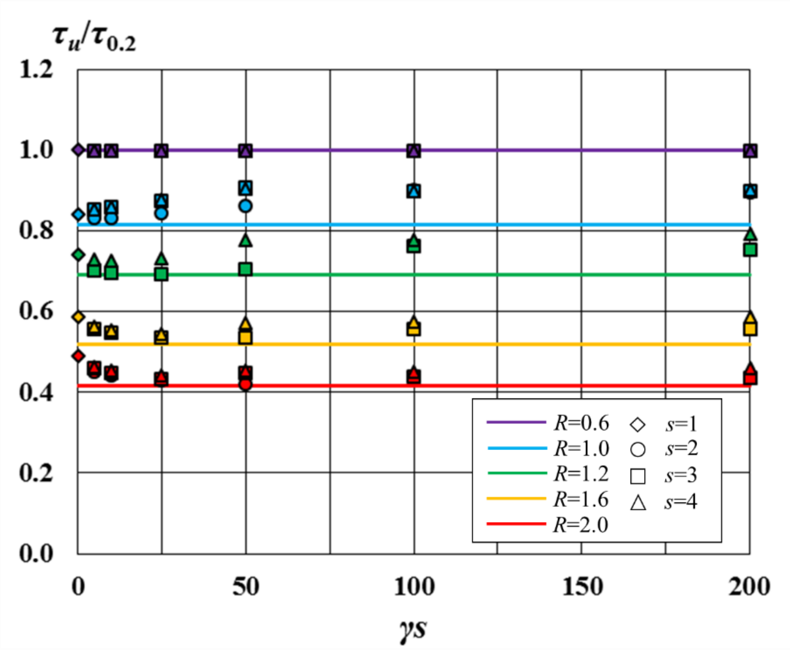
4.2　せん断耐荷力と補剛材剛比の関係

$\tau_u/\tau_{0.2}$ と γs の関係を**図-4.2** に示す．数値データを付録 B に示す．R，γs，s の値の組合せごとに，式(3.4)と(3.7)によって決められた断面形状を有する，縦補剛された長方形板の解析値が図にプロットされている．各図の水平線は，後で述べる，式(4.3)が与える $\tau_u/\tau_{0.2}$ の値である．s=1 は無補剛の長方形板を表し，これに対する記号◇は，γs=0 に対して式(4.3)が与える，無補剛の長方形板に対する値である [6]．

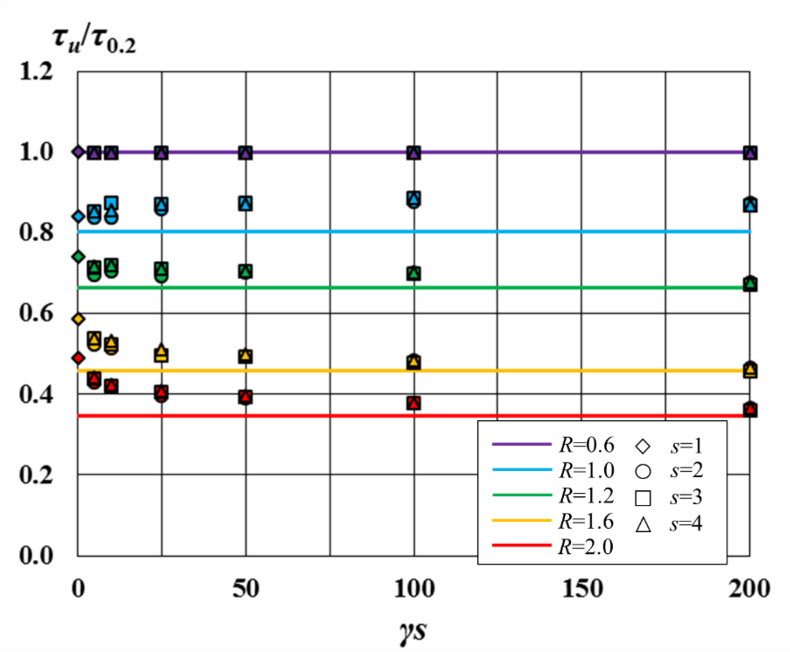
図-4.2 から分かるように，a/b=1 では，γs が 50 以下で，s に関して $\tau_u/\tau_{0.2}$ が変動するが，全体的に見れば，R の各値に対して $\tau_u/\tau_{0.2}$ はほぼ一定値をとる．a/b=4 と 8 では，R=1.0 に対して，γs の増加に伴って $\tau_u/\tau_{0.2}$ が少し増加し，γs が 25 以上で $\tau_u/\tau_{0.2}$ はほぼ一定値をとる．反対に，R=1.2，1.6，2.0 に対しては，γs の増加に伴って $\tau_u/\tau_{0.2}$ が少し減少し，γs が 25 以上で $\tau_u/\tau_{0.2}$ はほぼ一定値をとる．



(a)　a/b=1



(b)　a/b=4



(c)　a/b=8

図-4.2　$\tau_u/\tau_{0.2}$ と γs の関係

4.3　せん断耐荷力と幅厚比パラメータの関係

$\tau_u/\tau_{0.2}$ と R の関係を**図-4.3** に示す．数値データを付録 B に示す．**図-4.2** で取り上げられなかった R の値に対する結果も**図-4.3** にはプロットされている．

各図の耐荷力曲線は次のように与えられる．

縦補剛された長方形板のせん断耐荷力が次式で推定されると仮定する．

$$\frac{\tau_u}{\tau_{0.2}}=\begin{cases}1 & (R \leqq R_1)\\ \dfrac{a_1}{R}-\dfrac{a_2}{R^2} & (R_1 < R < R_2)\\ a_3\left(\dfrac{R_2}{R}\right)^{a_4} & (R_2 \leqq R \leqq 3.0)\end{cases} \tag{4.3}$$

ここに，$R=\dfrac{1}{\pi}\sqrt{\dfrac{12(1-\mu^2)}{5.34+\dfrac{4b^2}{a^2}+c_1(\gamma s)^{c_2}}\dfrac{\tau_{0.2}}{E}}\dfrac{b}{t}$　　$(\gamma s \leq 200)$　　(4.4)

$$a_1=\frac{R_1-a_3R_2^2}{R_1-R_2} \tag{4.5}$$

$$a_2=a_1R_1-R_1^2 \tag{4.6}$$

$$\tau_{0.2}=\frac{\sigma_{0.2}}{\sqrt{3}} \tag{4.7}$$

R_1　：耐荷力曲線が $\tau_u/\tau_{0.2}$＝1.0 に交差する幅厚比パラメータ R の値

R_2　：耐荷力曲線の形状が上向きの曲線から下向きの曲線に変化する幅厚比パラメータ R の値

a_3，a_4：定数

γs=0 に対する式(4.3)は，文献 6)で与えられた無補剛の長方形板のせん断耐荷力の推定式と同じである．式(4.3)は文献 6)で与えられたせん断耐荷力の推定式と表現が少し異なるが，内容は同じである．さらに，文献 6)で与えられたせん断耐荷力の推定式の適用範囲は R≦2.0 であったが，この適用範囲は R≦3.0 まで拡張できることを**付録 C** に示す．アルミニウム合金 A6061-T6 の $\sigma_{0.2}$ は 245MPa であり，非接合板に対する R_1，R_2，a_3，a_4 の値を**表-4.5** に示す[6)]．

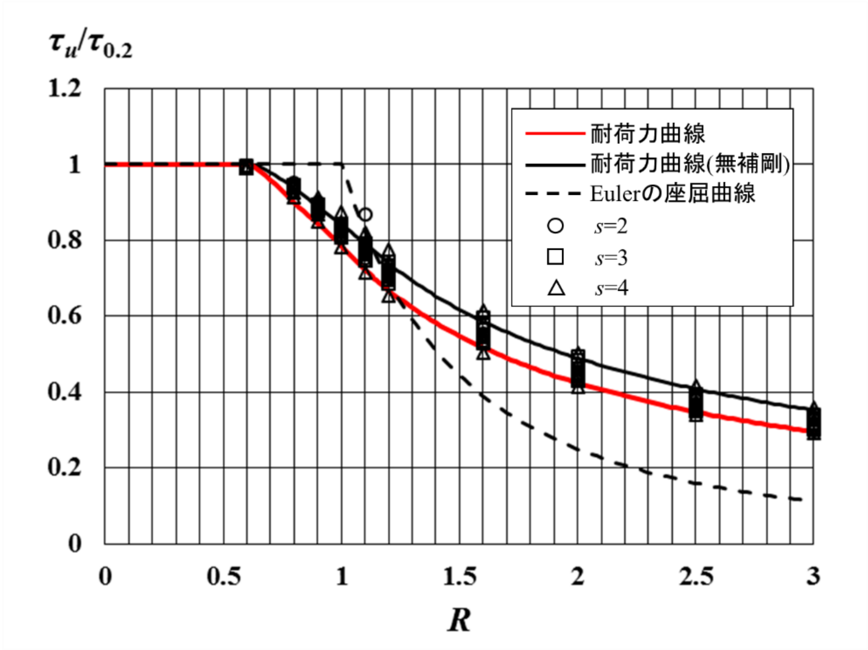
s の値ごとに耐荷力曲線を定めるのは，耐荷力曲線の数が増えるので設計実務に適さない．したがって，**図-4.3** に示すように，解析値の下限値付近を通過する曲線を耐荷力曲線に採用する．この曲線は式(4.3)で与えられ，R_1，R_2，a_3，a_4 に対して**表-4.6** に示す値をとる．この耐荷力曲線は s に依存せず，0 <γs≦200 の範囲で，縦補剛された長方形板のせん断耐荷力を安全側に評価する．

表-4.5　無補剛の非接合板に対する R_1，R_2，a_3，a_4 の値

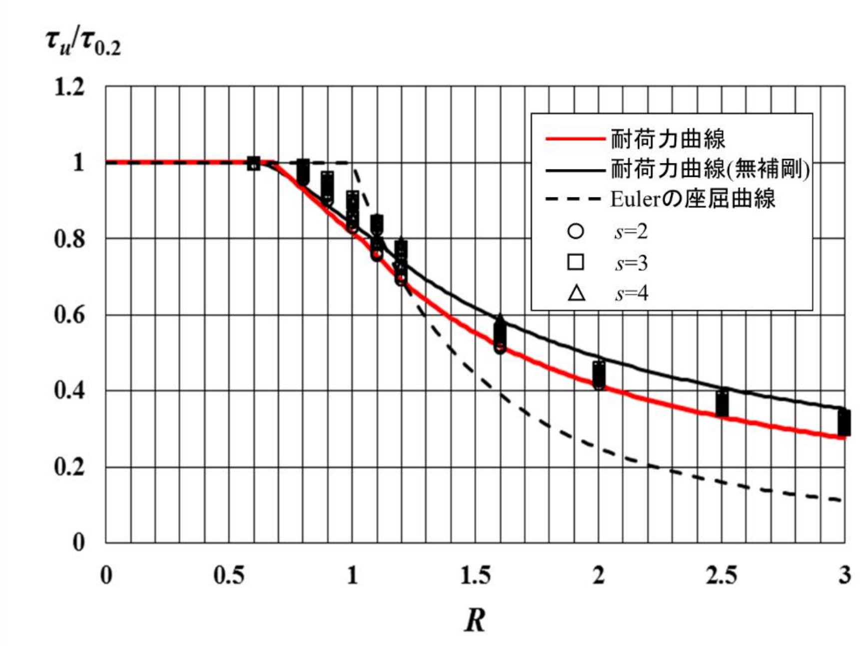
R_1	R_2	a_3	a_4
0.60	1.09	0.80	0.81

表-4.6　縦補剛された非接合板に対する R_1，R_2，a_3，a_4 の値

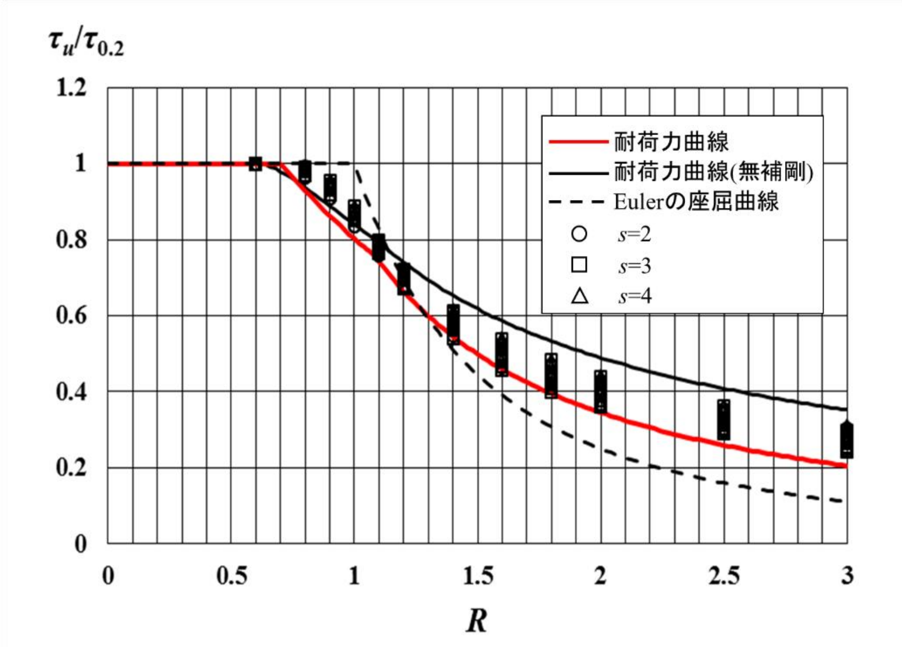
a/b	R_1	R_2	a_3	a_4
1	0.62	0.98	0.80	0.89
4	0.68	1.05	0.79	1.00
8	0.70	1.08	0.76	1.28



(a) a/b=1



(b) a/b=4



(c) a/b=8

図-4.3　$\tau_u/\tau_{0.2}$ と R の関係

耐荷力曲線の比較を**図-4.4** に示す．無補剛の長方形板の耐荷力曲線は縦横比 a/b によって変化しないが，縦補剛された長方形板の耐荷力曲線は縦横比 a/b によって変化する．ただし，a/b=1 と 4 の耐荷力曲線は近い．

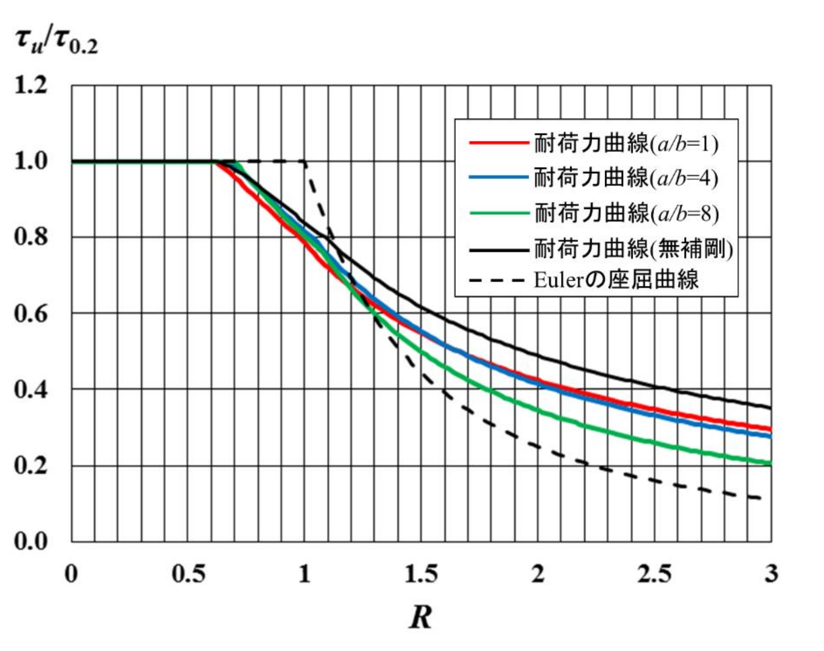


図-4.4　耐荷力曲線の比較

第 5 章　結論

本研究では，等間隔に縦補剛された長方形板のせん断耐荷力を有限要素法による弾塑性有限変位解析によって明らかにした．主な結論は次の通りである．

(1)　縦補剛された長方形板のせん断座屈係数と補剛材剛比の関係が次式で与えられた．適用範囲は s=2，3，4 で，$\gamma s \leqq 200$ である．

$$k = 5.34 + \frac{4b^2}{a^2} + c_1(\gamma s)^{c_2}$$

ここに，c_1 と c_2：表-2.5 に示す値

(2)　縦補剛されたアルミニウム合金 A6061-T6（$\sigma_{0.2}$ = 245MPa）の長方形板のせん断耐荷力が次式で与えられた．適用範囲は s=2，3，4 で，$0 < \gamma s \leqq 200$ である．

$$\frac{\tau_u}{\tau_{0.2}} = \begin{cases} 1 & (R \leqq R_1) \\ \dfrac{a_1}{R} - \dfrac{a_2}{R^2} & (R_1 < R < R_2) \\ a_3\left(\dfrac{R_2}{R}\right)^{a_4} & (R_2 \leqq R \leqq 3.0) \end{cases}$$

ここに，$R = \dfrac{1}{\pi}\sqrt{\dfrac{12(1-\mu^2)}{5.34 + \dfrac{4b^2}{a^2} + c_1(\gamma s)^{c_2}}\dfrac{\tau_{0.2}}{E}}\dfrac{b}{t}$

$$\tau_{0.2} = \frac{\sigma_{0.2}}{\sqrt{3}}$$

$$a_1 = \frac{R_1 - a_3 R_2^2}{R_1 - R_2}$$

$$a_2 = a_1 R_1 - R_1^2$$

R_1，R_2，a_3，a_4：表-4.6 に示す値

参考文献

1) 鋼構造委員会 : 21 世紀の建設材料　アルミニウム合金の可能性　土木学会，平成 22 年度全国大会研究討論会，研—06 資料，2010.
2) 大倉一郎，長尾隆史，豊田英治：道路橋用アルミニウム床版の開発，橋梁と基礎，建設図書，第 50 巻，第 3 巻，pp.26-30，2016.
3) 大倉一郎，北村幸嗣，赤碕圭輔，卯瀧高久，ビッグ・ラズロ・ゲルゲリ，三河克己：新しいアルミニウム合金製補剛桁の提案, 構造工学論文集, Vol.51A，pp.203-210, 2005.
4) 土木学会，鋼構造委員会，アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針作成検討小委員会：アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針（案），2015.
5) 大倉一郎，小笠原康二：接合位置と板幅がアルミニウム合金板の曲げ耐荷力に与える影響，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.68，No.2，pp.287-299，2012.
6) 大倉一郎，寺川勝大：面内せん断を受けるアルミニウム長方形板の耐荷力，土木学会論文集 A1，Vol.69，No.3，pp.491-504，2013.
7) Crate H and Lo H.: Effect of longitudinal stiffeners on the buckling load of long flat plates under shear, NACA , Tech. No.1589, 1948.
8) エムエスシーソフトウェア株式会社：Marc Mentat，2013.
9) 西森文子，大倉一郎：圧縮を受けるアルミニウム合金自由突出板の耐荷力，ALST 研究レポート，No.34，2014.
10) 大倉一郎，長尾隆史，石川敏之，萩澤亘保，大隅心平：構造用アルミニウム合金の応力 - ひずみ関係および接合によって発生する残留応力の定式化，土木学会論文集 A，Vol.64，No.4，pp.789-805，2008.

付録 A　数値データ

(a)　a/b=1

γs	s		
	2	3	4
1	10.635	11.471	11.602
2	11.684	13.374	13.726
5	14.043	18.516	19.609
10	16.790	22.961	27.073
25	21.121	28.532	31.593
50	23.940	34.554	35.508
80	25.226	-	-
100	25.669	41.814	59.453
150	26.064	46.081	65.934
200	26.105	48.543	71.327

(b)　a/b=2

γs	s		
	2	3	4
1	7.157	7.182	7.200
2	7.532	7.633	7.674
5	8.207	8.666	8.778
10	9.008	10.077	10.344
25	10.761	13.774	14.605
50	12.923	19.119	21.121
100	15.960	27.739	32.649
150	17.955	31.810	40.367
200	19.385	34.078	45.652

(c) a/b=3

γs	s		
	2	3	4
1	6.306	6.336	6.351
2	6.648	6.768	6.768
5	7.503	7.844	7.872
10	8.623	9.055	9.120
25	9.959	10.652	10.860
50	11.040	12.762	13.190
100	12.672	16.402	17.456
150	14.057	19.716	21.495
200	15.277	22.750	25.363

(d) a/b=4

γs	s		
	2	3	4
1	6.077	6.101	6.128
2	6.434	6.530	6.536
5	7.136	7.217	7.251
10	7.813	8.089	8.171
25	9.396	10.295	10.417
50	11.439	12.052	12.205
100	12.583	13.999	14.380
150	13.400	15.684	16.300
200	14.155	17.281	18.111

(e) a/b=5

γs	s		
	2	3	4
1	5.952	5.984	5.973
2	6.240	6.295	6.295
5	6.912	7.035	7.047
10	7.789	7.925	7.968
25	8.991	9.384	9.444
50	10.373	11.316	11.432
100	12.538	13.965	14.094
150	14.179	15.088	15.355
200	14.670	16.089	16.454

(f) a/b=6

γs	s		
	2	3	4
1	5.868	5.889	5.883
2	6.174	6.196	6.220
5	6.863	6.911	6.923
10	7.517	7.680	7.684
25	9.023	9.271	9.312
50	10.185	10.652	10.746
100	11.796	12.920	13.102
150	13.107	14.953	15.218
200	14.282	16.260	16.491

(g) $a/b=7$

γs	s		
	2	3	4
1	5.826	5.834	5.855
2	6.122	6.152	6.163
5	6.742	6.814	6.829
10	7.497	7.611	7.621
25	8.738	9.023	9.048
50	10.259	10.600	10.652
100	11.650	12.298	12.419
150	12.668	13.759	13.965
200	13.612	15.099	15.384

(h) a/b=8

γs	s 2	3	4
1	5.798	5.812	5.820
2	6.085	6.101	6.107
5	6.727	6.782	6.775
10	7.379	7.490	7.524
15	7.925	8.089	8.131
20	8.392	8.537	8.548
25	8.749	8.885	8.937
30	9.008	9.217	9.250
35	9.250	9.532	9.549
40	9.498	9.794	9.849
45	9.723	10.074	10.148
50	9.941	10.375	10.417
55	10.148	10.622	10.703
60	10.375	10.908	10.949
65	10.571	11.153	11.192
70	10.785	11.398	11.447
75	10.949	11.575	11.640
80	11.153	11.745	11.772
85	11.357	11.873	11.903
90	11.532	11.994	12.058
95	11.703	12.126	12.201
100	11.915	12.259	12.324

γs	s 2	3	4
105	11.994	12.363	12.440
110	12.082	12.501	12.538
115	12.171	12.593	12.678
120	12.271	12.726	12.785
125	12.317	12.821	12.933
130	12.409	12.964	13.032
135	12.487	13.059	13.131
140	12.583	13.155	13.279
145	12.630	13.279	13.379
150	12.726	13.378	13.485
155	12.821	13.481	13.584
160	12.869	13.584	13.720
165	12.964	13.686	13.825
170	13.012	13.788	13.931
175	13.107	13.931	14.036
180	13.180	13.984	14.142
185	13.229	14.089	14.247
190	13.279	14.195	14.353
195	13.378	14.300	14.435
200	13.481	14.298	14.584

付録 B　数値データ

(a)　a/b=1　[s=2]

R	γs				
	5	10	25	50	80
0.6	0.994	0.995	0.995	0.995	0.994
0.8	0.930	0.942	0.951	0.947	0.939
0.9	0.873	0.886	0.899	0.894	0.883
1.0	0.811	0.825	0.838	0.833	0.820
1.1	0.752	0.762	0.776	0.773	0.869
1.2	0.701	0.705	0.718	0.716	0.704
1.6	0.555	0.550	0.549	0.546	0.537
2.0	0.463	0.456	0.449	0.442	0.433
2.5	0.385	0.377	0.368	0.360	0.352
3.0	0.332	0.326	0.316	0.307	0.299

(b)　a/b=1　[s=3]

R	γs					
	5	10	25	50	100	200
0.6	0.995	0.991	0.991	0.991	0.991	0.992
0.8	0.938	0.939	0.941	0.943	0.946	0.944
0.9	0.879	0.892	0.891	0.894	0.895	0.890
1.0	0.813	0.840	0.836	0.835	0.834	0.825
1.1	0.746	0.791	0.784	0.781	0.777	0.766
1.2	0.686	0.743	0.734	0.729	0.722	0.708
1.6	0.528	0.595	0.578	0.564	0.552	0.534
2.0	0.433	0.494	0.486	0.461	0.448	0.429
2.5	0.357	0.388	0.395	0.379	0.366	0.349
3.0	0.306	0.304	0.341	0.327	0.315	0.301

(c) a/b=1 [s=4]

R	γs					
	5	10	25	50	100	200
0.6	0.991	0.990	0.993	0.991	0.990	0.990
0.8	0.915	0.926	0.946	0.952	0.947	0.941
0.9	0.850	0.868	0.900	0.914	0.900	0.886
1.0	0.780	0.805	0.842	0.867	0.845	0.825
1.1	0.713	0.745	0.780	0.819	0.791	0.765
1.2	0.654	0.692	0.721	0.772	0.740	0.712
1.6	0.502	0.543	0.544	0.614	0.579	0.549
2.0	0.411	0.449	0.442	0.502	0.474	0.447
2.5	0.339	0.372	0.365	0.414	0.392	0.371
3.0	0.292	0.316	0.315	0.356	0.339	0.323

(d) a/b=4 [s=2]

R	γs					
	5	10	25	50	100	200
0.6	0.997	0.997	0.997	0.997	0.999	0.999
0.8	0.957	0.959	0.966	0.973	0.990	0.987
0.9	0.901	0.903	0.914	0.930	0.954	0.949
1.0	0.832	0.832	0.844	0.862	0.901	0.894
1.1	0.762	0.759	0.764	0.780	0.834	0.825
1.2	0.702	0.695	0.694	0.704	0.763	0.753
1.6	0.543	0.533	0.520	0.514	0.553	0.545
2.0	0.450	0.442	0.429	0.419	0.439	0.434
2.5	0.374	0.368	0.359	0.350	0.355	0.353
3.0	0.319	0.312	0.307	0.303	0.299	0.300

(e) a/b=4 [s=3]

R	γs					
	5	10	25	50	100	200
0.6	0.998	0.998	0.998	0.999	0.999	0.999
0.8	0.968	0.971	0.977	0.992	0.988	0.985
0.9	0.918	0.922	0.937	0.960	0.951	0.948
1.0	0.854	0.859	0.875	0.907	0.898	0.898
1.1	0.787	0.788	0.799	0.845	0.837	0.841
1.2	0.726	0.722	0.726	0.777	0.770	0.776
1.6	0.558	0.548	0.534	0.534	0.556	0.556
2.0	0.459	0.449	0.433	0.448	0.438	0.434
2.5	0.382	0.374	0.359	0.365	0.358	0.352
3.0	0.332	0.325	0.312	0.313	0.308	0.301

(f) a/b=4 [s=4]

R	γs					
	5	10	25	50	100	200
0.6	0.998	0.998	0.998	0.999	0.999	0.999
0.8	0.968	0.971	0.978	0.991	0.987	0.984
0.9	0.917	0.922	0.937	0.957	0.948	0.947
1.0	0.854	0.859	0.876	0.904	0.897	0.900
1.1	0.788	0.789	0.801	0.843	0.838	0.847
1.2	0.728	0.726	0.731	0.777	0.777	0.791
1.6	0.562	0.553	0.543	0.572	0.574	0.587
2.0	0.462	0.454	0.440	0.453	0.452	0.459
2.5	0.387	0.378	0.365	0.371	0.368	0.371
3.0	0.337	0.329	0.317	0.322	0.319	0.319

(g) a/b=8 [s=2]

R	γs					
	5	10	25	50	100	200
0.6	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.999
0.8	0.963	0.964	0.979	0.982	0.991	0.987
0.9	0.908	0.910	0.932	0.932	0.938	0.947
1.0	0.836	0.837	0.859	0.873	0.877	0.875
1.1	0.761	0.758	0.772	0.771	0.778	0.770
1.2	0.695	0.704	0.693	0.703	0.701	0.679
1.4	0.595	0.597	0.574	0.577	0.569	0.548
1.6	0.524	0.514	0.495	0.493	0.483	0.465
1.8	0.471	0.470	0.440	0.435	0.422	0.408
2.0	0.429	0.419	0.398	0.391	0.378	0.366
2.5	0.354	0.345	0.323	0.316	0.302	0.294
3.0	0.302	0.295	0.271	0.264	0.251	0.244

(h) a/b=8 [s=3]

R	γs					
	5	10	25	50	100	200
0.6	0.998	0.999	0.999	0.998	0.999	0.999
0.8	0.971	0.986	0.983	0.982	0.989	0.985
0.9	0.920	0.943	0.940	0.941	0.954	0.943
1.0	0.854	0.875	0.872	0.873	0.886	0.867
1.1	0.781	0.796	0.789	0.786	0.792	0.765
1.2	0.714	0.720	0.710	0.704	0.700	0.672
1.4	0.611	0.604	0.589	0.579	0.567	0.542
1.6	0.537	0.523	0.496	0.495	0.479	0.457
1.8	0.482	0.465	0.449	0.436	0.420	0.401
2.0	0.439	0.422	0.405	0.392	0.377	0.360
2.5	0.362	0.346	0.329	0.316	0.304	0.291
3.0	0.284	0.297	0.276	0.264	0.254	0.242

(i) a/b=8 [s=4]

R	γs					
	5	10	25	50	100	200
0.6	0.998	0.998	0.999	0.998	0.999	0.999
0.8	0.971	0.986	0.984	0.983	0.990	0.986
0.9	0.920	0.942	0.940	0.941	0.954	0.944
1.0	0.853	0.855	0.871	0.872	0.885	0.869
1.1	0.781	0.795	0.788	0.785	0.791	0.767
1.2	0.716	0.720	0.710	0.704	0.701	0.677
1.4	0.613	0.606	0.591	0.582	0.574	0.565
1.6	0.540	0.531	0.511	0.500	0.485	0.466
1.8	0.484	0.468	0.453	0.441	0.425	0.409
2.0	0.441	0.424	0.409	0.396	0.377	0.367
2.5	0.363	0.347	0.334	0.322	0.312	0.300
3.0	0.311	0.299	0.285	0.274	0.268	0.256

付録C　無補剛の長方形板のせん断耐荷力

せん断を受ける無補剛の長方形板の解析条件は文献6)と同じである．縦横比 a/b=8 に対して，無補剛の長方形板に対して，式(4.3)が与える耐荷力曲線と解析値の比較を**図-C.1** に示す．解析値が耐荷力曲線の上にある．せん断耐荷力と縦横比の関係を**図-C.2** に示す．各縦横比に対して，せん断耐荷力はほとんど変化しない．したがって，無補剛の長方形板に対して，式(4.3)が与えるせん断耐荷力は $R \leqq 3.0$ まで適用可能である．

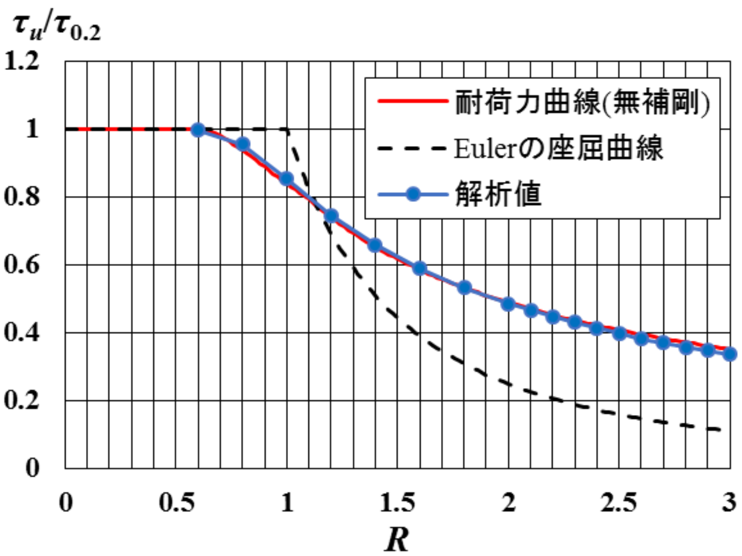


図-C.1　$\tau_u/\tau_{0.2}$ と R の関係

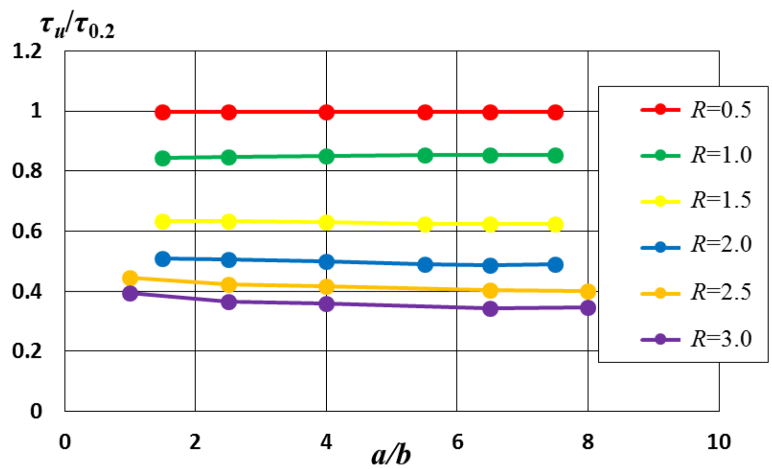


図-C.2　$\tau_u/\tau_{0.2}$ と a/b の関係