

摩擦攪拌接合を考慮した 突起付きアルミニウム合金板の提案

ALST 研究レポート 11

2009 年 10 月

大阪大学大学院工学研究科

大倉一郎, 佐藤純

概要

本研究では、長方形板に、水平方向に等間隔で突起を配置することにより、座屈強度を保持して薄肉化する方法を与える。そして、この方法によって決定された断面形状を持つ長方形板の耐荷力を有限要素法による弾塑性有限変位解析によって調べる。さらに、前述の方法によって設計された断面を有する押出型材を製造し、それを摩擦攪拌接合で突合せ接合することによって突起付きアルミニウム合金板を製作する。そして製作された突起付きアルミニウム合金板の初期たわみと残留応力を計測し、それらの特徴を明らかにする。

謝辞

本研究は、科学技術振興機構の地域イノベーション創出総合支援事業 平成 20 年度シーズ発掘試験 A（発掘型）「課題番号：11-063，課題名：新しいアルミニウム構造桁の開発」の研究費補助金を受けた。

幾つかの図表を作成していただいた大阪大学工学部 4 年生の寺川勝大君に感謝致します。

目次

第 1 章 序論	・・・ 1
第 2 章 突起付きアルミニウム合金板の断面形状と断面積比	・・・ 3
2.1 座屈強度	・・・ 3
2.2 断面積比	・・・ 7
2.3 突起付き長方形板の幅厚比の適用範囲	・・・ 12
2.4 突起に対する幅厚比制限	・・・ 12
第 3 章 突起付きアルミニウム合金板の耐荷力	・・・ 14
3.1 解析対象	・・・ 14
3.2 有限要素法による弾塑性有限変位解析	・・・ 15
3.3 解析結果	・・・ 17
第 4 章 突起付きアルミニウム合金桁の設計	・・・ 32
4.1 突起無しアルミニウム合金桁の設計	・・・ 32
4.2 突起付きアルミニウム合金桁の設計	・・・ 35
4.3 断面積の比較	・・・ 39
第 5 章 摩擦攪拌接合によって製作された突起付きアルミニウム合金板に生じる初期たわみと残留応力	・・・ 40
5.1 摩擦攪拌接合を用いたアルミニウム合金板の製作	・・・ 40
5.2 初期たわみ	・・・ 43
5.3 摩擦攪拌接合部の機械的性質	・・・ 48
5.4 残留応力	・・・ 50
5.5 初期たわみと残留応力が耐荷力に与える影響	・・・ 55
第 6 章 結論	・・・ 56
参考文献	・・・ 57
付録 A 突起付き長方形板の座屈係数	・・・ 58
A.1 圧縮と曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数	・・・ 58
A.2 圧縮を受ける突起付き長方形板の座屈係数	・・・ 61
A.3 曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数	・・・ 62

第1章 序論

これまでアルミニウム合金は初期コストが高くなるので、橋の高欄や道路のガードレールなど付属品的な用途以外に社会基盤構造物の主要部材として用いられることはほとんどなかった。しかし初期コストだけでなく、耐用年数を考慮に入れたライフサイクルコストを重視する近年の傾向から、維持管理コストが少なくすむアルミニウム合金を社会基盤構造物に積極的に活かそうという動きが出てきた。これにともなって、最近ではアルミニウム歩道橋^{1),2)}および歩道用アルミニウム床版^{3),4)}が建設されるようになってきた。さらに、道路橋にもアルミニウム合金の適用を目指して、道路橋用アルミニウム床版の開発が盛んに行なわれている^{5),6)}。

道路橋用アルミニウム床版の開発では、6000系アルミニウム合金 A6061S-T6 の中空押出型材を摩擦攪拌接合で突合せ接合することによってアルミニウム床版を製作することが基本となっている⁵⁾。摩擦攪拌接合とは1991年に英国の溶接研究所で開発された固相接合法の一種で、現在、ロケット、航空機、自動車、鉄道車両の製造に使用されている⁷⁾。図1.1に示すように、摩擦攪拌接合では、互いに突合せられた一対のアルミニウム合金板の突合せ面に鋼製の回転工具を挿入し、この回転によって生じる摩擦熱によってアルミニウム合金を塑性流動させ、回転工具を突合せ面に沿って移動させることによってアルミニウム合金板が接合される。摩擦攪拌接合による接合部の疲労強度は、アルミニウム合金構造物の接合に従来使用されているMIG溶接による接合部の疲労強度より格段に高いという特徴がある⁸⁾。

道路橋用アルミニウム床版の開発が盛んである一方で、道路橋用アルミニウム桁はその開発が遅れている。現在建設されているアルミニウム歩道橋の桁は、設計条件は道路橋示方書⁹⁾と立体横断施設技術基準¹⁰⁾に従い、アルミニウム合金の許容応力と製作はアルミニウム合金土木構造物設計・製作指針案¹¹⁾に従っている。そして、アルミニウム合金桁の製作は、図1.2に示すように、鋼桁の製作方法と同じで、5000系アルミニウム合金 A5083P-O の圧延板のウェブとフランジを隅肉溶接で連結し、さらにウェブに垂直補剛材と水平補剛材を隅肉溶接で連結する方法である。

A5083P-O の0.2%耐力は125MPaであり、6000系アルミニウム合金 A6061S-T6 の0.2%耐力245MPaの約半分である。一般に道路橋は歩道橋より規模が大きくなるので、さらに道路橋の活荷重は歩道橋のそれより格段に大きくなるので、0.2%耐力の低い5000系アルミニウム合金 A5083P-O で道路橋を設計することは困難であると考えられる。

したがって道路橋のアルミニウム合金桁の設計には0.2%耐力の高い6000系アルミニウム合金の使用が必須である。しかし、6000系アルミニウム合金は熱処理により0.2%耐力が高められているので、MIG溶接を施すと、その熱影響範囲の0.2%耐力は、母材のその約半分まで低下する^{7),11)}。したがって、6000系アルミニウム合金で、図1.2に示すような桁を製作した場合、垂直補剛材をウェブに連結する隅溶接がウェブを横断するので、この位置で桁の強度は低下する。

そこで、図1.3に示すように、T型断面の押出型材を摩擦攪拌接合によって突合せ接合し、等間隔に突起を配置したアルミニウム合金桁が提案されている¹²⁾。この桁構造では垂直補剛材がな

いので、ウェブを横断する接合がなく、桁の一断面で強度が低下することがない。したがって、6000系アルミニウム合金の使用が可能である。しかし、提案された桁構造のウェブに関して、その断面形状、すなわちウェブの板厚、突起の本数とその断面寸法を決定する方法がまだ明らかにされていない。

本研究では、等間隔に突起が配置された長方形板の断面寸法を決定する方法を与える。そして、この方法によって決定された断面形状を持つ長方形板の耐荷力を有限要素法による弾塑性有限変位解析によって調べる。さらに、前述の方法によって設計された断面を有する押出型材を製造し、それを摩擦攪拌接合で突合せ接合することによって突起付きアルミニウム合金板を製作する。そして製作された突起付きアルミニウム合金板の初期たわみと残留応力を計測し、それらの特徴を明らかにする。

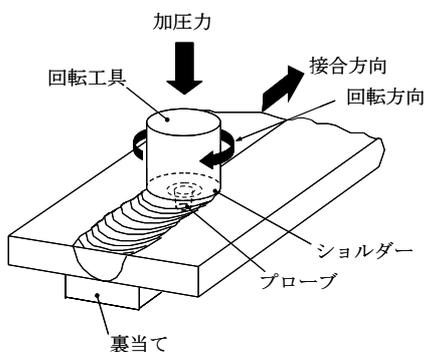


図 1.1 摩擦攪拌接合

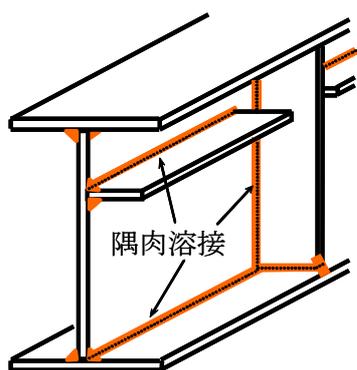


図1.2 従来のアルミニウム合金桁

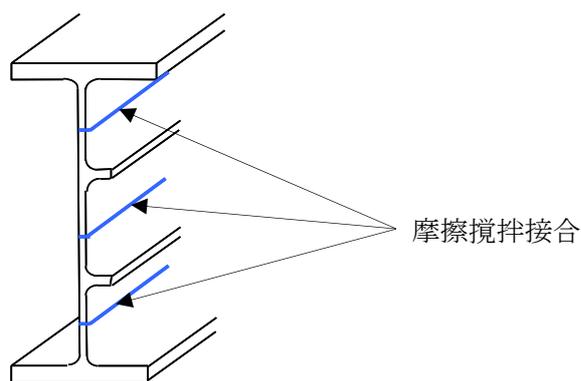


図 1.3 新しいアルミニウム合金桁

第 2 章 突起付きアルミニウム合金板の断面形状と断面積比

2.1 座屈強度

図 2.1 に示す，圧縮または曲げを受ける 4 辺単純支持された突起無し長方形板の座屈強度は次式で与えられる¹³⁾。

$$\sigma_{cr} = k_0 \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)\beta_0^2} \quad (2.1)$$

$$\beta_0 = \frac{b}{T} \quad (2.2)$$

ここに， σ_{cr} ：圧縮または曲げを受ける，突起無し長方形板の座屈強度

k_0 ：突起無し長方形板の座屈係数であり，圧縮を受けるとき 4，曲げを受けるとき 23.9

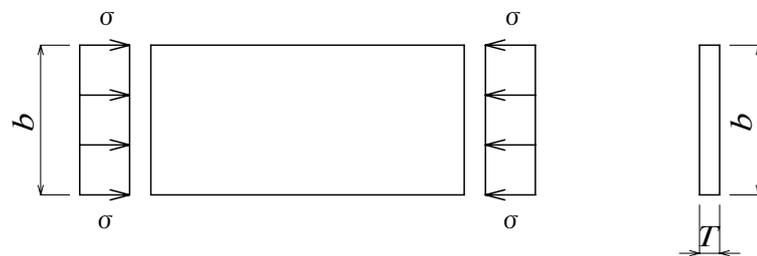
E ：長方形板のヤング率

μ ：長方形板のポアソン比

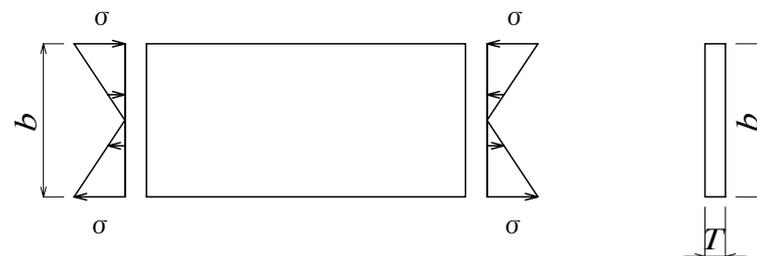
β_0 ：突起無し長方形板の幅厚比

b ：突起無し長方形板の板幅

T ：突起無し長方形板の板厚



(a) 圧縮を受ける場合



(b) 曲げを受ける場合

図 2.1 圧縮または曲げを受ける 4 辺単純支持された長方形板

図 2.2 に示すように，等間隔に突起が付けられた長方形板が 4 辺単純支持され，圧縮または曲げ

を受けるとき、その座屈強度は次式で与えられる。

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)\beta^2} \quad (2.3)$$

$$\beta = \frac{b}{t} \quad (2.4)$$

ここに、 σ_{cr} ：圧縮または曲げを受ける、突起付き長方形板の座屈強度

k ：圧縮または曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数

β ：突起付き長方形板の幅厚比

b ：突起付き長方形板の板幅

t ：突起付き長方形板の板厚

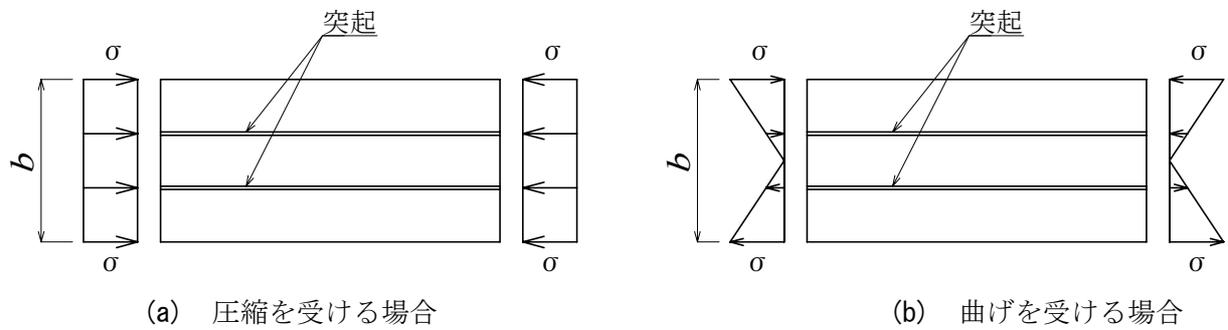


図 2.2 等間隔に突起が付けられた長方形板

圧縮または曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数 k は次式で与えられる（付録 A 参照）。

$$k = c_1 \frac{1 + c_2 \sqrt{1 + s\gamma}}{1 + s\delta} \quad (2.5)$$

ここに、 c_1 ：圧縮を受けるとき 2，曲げを受けるとき 10.62

c_2 ：圧縮を受けるとき 1，曲げを受けるとき 1.25

s ：突起によって区切られた板要素の総数

γ ：長方形板の曲げ剛性に対する一つの突起の曲げ剛性の比

δ ：長方形板の断面積に対する一つの突起の断面積の比

式(2.5)は、突起付き長方形板が圧縮を受けるとき、 s が 2 以上（突起が 1 つ以上）で成立し、曲げを受けるとき、 s が 3 以上（突起が 2 つ以上）で成立する（この理由は付録 A 参照）。

式(2.5)は、 $\gamma = 0$ 、 $\delta = 0$ のとき、突起無し長方形板の座屈係数と等しくなるので次式が成立する。

$$k_0 = c_1(1 + c_2) \quad (2.6)$$

γ と δ は、それぞれ次式で与えられる。

$$\gamma = \frac{EI_r}{Db} \quad (2.7)$$

$$\delta = \frac{A_r}{bt} \quad (2.8)$$

ここに、 I_r ：一つの突起の断面二次モーメント

A_r ：一つの突起の断面積

D ：突起付き長方形板の板曲げ剛性

D は次式で与えられる。

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \quad (2.9)$$

I_r と A_r は、それぞれ次式で与えられる。

$$I_r = \frac{t_2 b_4^3}{c_{31}} \quad (2.10)$$

$$A_r = c_{32} t_2 b_4 \quad (2.11)$$

ここに、 t_2 ：突起の付根の厚さ（表 2.1 参照）

b_4 ：長方形板の片面に突起がある場合 b_2 ，長方形板の両面に突起がある場合 b_3

（表 2.1 参照）

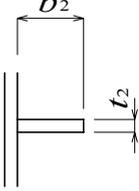
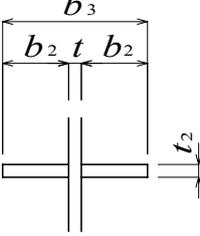
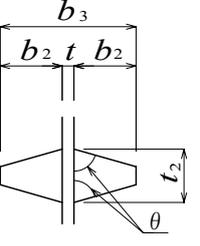
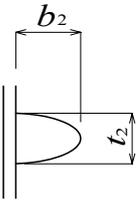
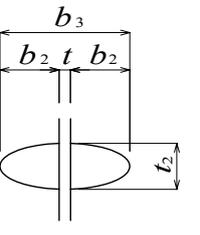
b_2 ：突起の高さ（表 2.1 参照）

b_3 ：長方形板の両面に突起がある場合，両面の突起の先端間の寸法（表 2.1 参照）

c_{31} ：突起の断面二次モーメントに関する係数（表 2.1 参照）

c_{32} ：突起の断面積に関する係数（表 2.1 参照）

表 2.1 突起

突起の断面形状	片面に突起がある場合		両面に突起がある場合		突起の平均厚さ
矩形		$c_{31} = 3$		$c_{31} = 12$	$t_{22} = t_2$
		$c_{32} = 1$		$c_{32} = 1$	
台形		$c_{31} = \frac{6}{2 - \frac{3b_2}{t_2 \tan \theta}}$		$c_{31} = \frac{24}{2 - \frac{3b_3}{2t_2 \tan \theta}}$	$t_{22} = t_2 - \frac{b_2}{\tan \theta}$
		$c_{32} = 1 - \frac{b_2}{t_2 \tan \theta}$		$c_{32} = 1 - \frac{b_3}{2t_2 \tan \theta}$	
楕円		$c_{31} = \frac{16}{\pi}$		$c_{31} = \frac{64}{\pi}$	$t_{22} = \frac{\pi}{4} t_2$
		$c_{32} = \frac{\pi}{4}$		$c_{32} = \frac{\pi}{4}$	

式(2.9)と(2.10)を式(2.7)に代入して γ は次式になる.

$$\gamma = \frac{12(1 - \mu^2)\beta_r^3 \xi^4}{c_{31}\beta} \quad (2.12)$$

$$\beta_r = \frac{b_4}{t_2} \quad (2.13)$$

$$\xi = \frac{t_2}{t} \quad (2.14)$$

ここに、 β_r : b_4 に関する突起の幅厚比

ξ : 突起付き長方形板の板厚に対する突起の付根の厚さの比

式(2.11)を式(2.8)に代入して δ は次式になる

$$\delta = \frac{c_{32}\beta_r \xi^2}{\beta} \quad (2.15)$$

式(2.12)と(2.15)を式(2.5)に代入して、突起付き長方形板の座屈係数 k は次式になる.

$$k = c_1 \frac{1 + c_2 \sqrt{1 + \frac{12(1 - \mu^2)s\beta_r^3\xi^4}{c_{31}\beta}}}{1 + \frac{c_{32}s\beta_r\xi^2}{\beta}} \quad (2.16)$$

2.2 断面積比

突起無し長方形板の座屈強度を満たす突起付き長方形板の断面形状を求めるために、突起無し長方形板の座屈強度すなわち式(2.1)と突起付き長方形板の座屈強度すなわち式(2.3)を等値して次式を得る.

$$\frac{k}{k_0} = \left(\frac{\beta}{\beta_0} \right)^2 \quad (2.17)$$

式(2.16)を式(2.17)に代入し、さらに式(2.6)を考慮して次式を得る.

$$\frac{1 + c_2 \sqrt{1 + \frac{12(1 - \mu^2)s\beta_r^3\xi^4}{c_{31}\beta}}}{(1 + c_2) \left(1 + \frac{c_{32}s\beta_r\xi^2}{\beta} \right)} = \left(\frac{\beta}{\beta_0} \right)^2 \quad (2.18)$$

この式を ξ について整理して次式を得る.

$$(H_1 - H_2^2)\xi^4 - 2H_2H_3\xi^2 - H_3^2 + 1 = 0 \quad (2.19)$$

$$\text{ここに, } H_1 = \frac{12(1 - \mu^2)s\beta_r^3}{c_{31}\beta} \quad (2.20)$$

$$H_2 = \left(1 + \frac{1}{c_2} \right) \frac{c_{32}s\beta\beta_r}{\beta_0^2} \quad (2.21)$$

$$H_3 = \left(1 + \frac{1}{c_2} \right) \left(\frac{\beta}{\beta_0} \right)^2 - \frac{1}{c_2} \quad (2.22)$$

式(2.19)を解いて、次を得る.

$$\xi = \sqrt{\frac{H_2H_3 + \sqrt{H_1(H_3^2 - 1) + H_2^2}}{H_1 - H_2^2}} \quad (2.23)$$

次に、突起無し長方形板の座屈強度を満たす突起付き長方形板の、突起の断面積を含めた断面積が、突起無し長方形板の断面積より小さくなるかどうかを調べるために、突起無し長方形板の断面積に対する突起付き長方形板の断面積の比を求める.

突起無し長方形板の断面積 A_0 および突起付き長方形板の、突起の断面積も含めた総断面積 A がそれぞれ次式で与えられる.

$$A_0 = bT \quad (2.24)$$

$$A = bt + (s-1)A_r = bt + (s-1)c_{32}b_4t_2 \quad (2.25)$$

突起無し長方形板の断面積 A_0 に対する突起付き長方形板の断面積 A の比 η が次式で与えられる。

$$\eta = \frac{A}{A_0} = \frac{\beta_0}{\beta} \left\{ 1 + \frac{(s-1)c_{32}\beta_r\xi^2}{\beta} \right\} \quad (2.26)$$

突起無し長方形板の幅厚比 β_0 ，突起の幅厚比 β_r および突起によって区切られた板要素の総数 s を既知量として与えて，突起付き長方形板の板厚に対する突起の付根の厚さの比 ξ と突起無し長方形板の幅厚比 β の関係が式(2.23)で与えられ，突起無し長方形板の断面積に対する突起付き長方形板の断面積の比 η が式(2.26)で与えられる。すなわち，突起無し長方形板の座屈強度を満たす突起付き長方形板の断面形状と断面積比が求められる。

圧縮または曲げを受ける長方形板の耐荷力評価では，次式で定義される幅厚比パラメータ R が用いられる^{7),13)}。

$$R = \sqrt{\frac{\sigma_{0.2}}{\sigma_{cr}}} \quad (2.27)$$

ここに， $\sigma_{0.2}$ ：アルミニウム合金の0.2%耐力

式(2.1)を式(2.27)に代入して，突起無し長方形板の幅厚比 β_0 と幅厚比パラメータ R の関係が次式で与えられる。

$$\beta_0 = \pi \sqrt{\frac{k_0 E}{12(1-\mu^2)\sigma_{0.2}}} R \quad (2.28)$$

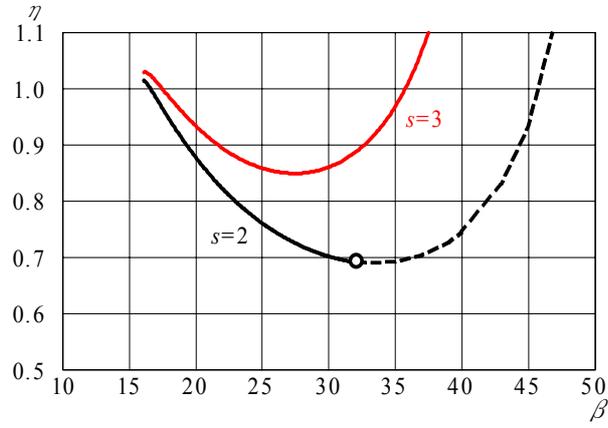
JIS 4100 で規定されるアルミニウム合金 A6061S-T6 の0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ は 245MPa である。アルミニウム合金のヤング率 E とポアソン比 μ をそれぞれ 70GPa, 0.3 とするとき，幅厚比パラメータ R が 0.5, 1.0, 1.6 に対する突起無し長方形板の幅厚比 β_0 を表 2.2 に示す。 β_s に関しては，2.3 節で述べる。

表 2.2 β_0 と β_s の値

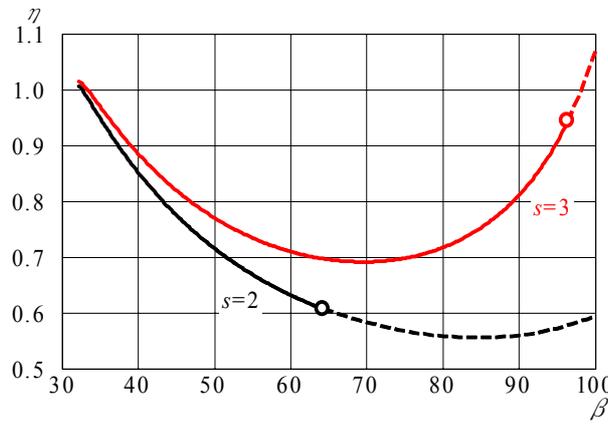
R	圧縮を受ける場合			曲げを受ける場合		
	β_0	β_s		β_0	β_s	
		s=2	s=3		s=3	s=4
0.5	16	32	48	39	58	74
1.0	32	64	96	79	117	147
1.6	51	103	154	126	187	236

さらに，アルミニウム合金 A6061S-T6 に対して， $\beta_r = 5$ (β_r に対する幅厚比制限に対しては 2.4 節参照)の矩形断面の突起を長方形板の片面に設けた場合(表 2.1 より $b_4 = b_2$, $c_{31} = 3$, $c_{32} = 1$)

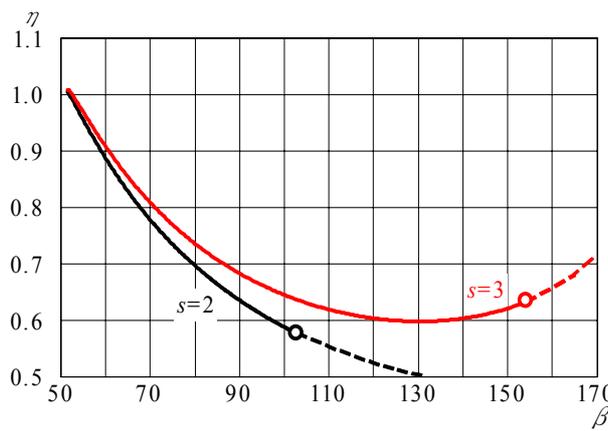
に対する，式(2.23)と(2.26)が与える η と β の関係を， $s=2$ と 3 の圧縮を受ける場合および $s=3$ および 4 の曲げを受ける場合に対してそれぞれ図 2.3, 2.4 に示す． η は， β が β_0 より大きくなるに従って 1 より小さくなり，最小値を迎えた後増加し， 1 を超える．すなわち，突起無し長方形板の座屈強度を満たす突起付き長方形板の，突起の断面積を含めた断面積が，突起無し長方形板の断面積より小さくなる幅厚比が存在する．図 2.3 と 2.4 の破線および白丸については 2.3 節で説明する．



(a) $R = 0.5$

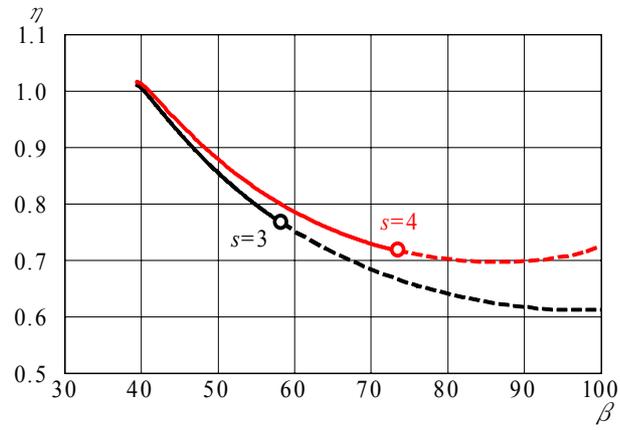


(b) $R = 1.0$

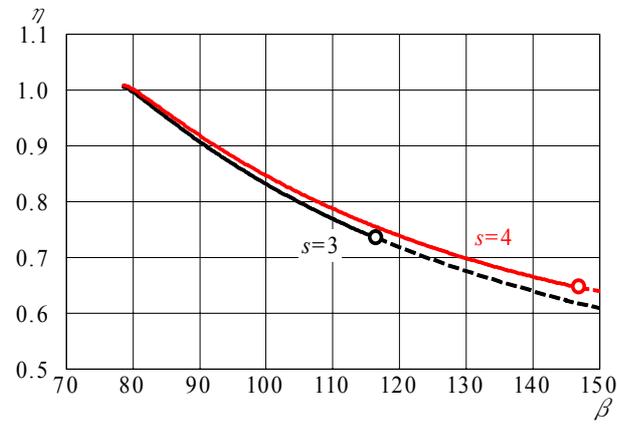


(c) $R = 1.6$

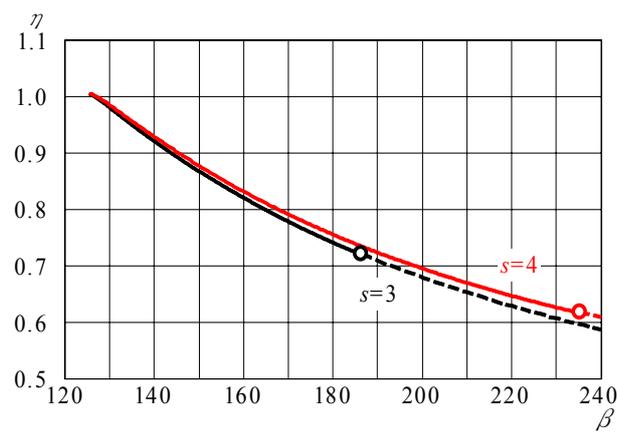
図 2.3 圧縮を受ける突起付き長方形板の η と β の関係



(a) $R = 0.5$



(b) $R = 1.0$



(c) $R = 1.6$

図 2.4 曲げを受ける突起付き長方形板の η と β の関係

2.3 突起付き長方形板の幅厚比の適用範囲

式(2.3)は、突起と長方形板が一体となって座屈する場合、すなわち突起付き長方形板が全体座屈を起こす場合に対する座屈強度である。この座屈強度は、突起で区切られた板要素が座屈する場合、すなわち突起で区切られた板要素が局部座屈する場合に対する座屈強度を超すことはできない。したがって突起付き長方形板の、圧縮または曲げに対する座屈係数 k は次の制限を受ける。

$$k \leq k_s \quad (2.29)$$

k_s は、突起で区切られた板要素の、圧縮または曲げに対する座屈係数を、突起付き長方形板全体の座屈係数として表したものであり、次式で与えられる（付録 B 参照）。

$$k_s = \frac{8.4s^3}{2.1s - \varphi} \quad (2.30)$$

ここに、 φ : 圧縮に対して 0, 曲げに対して 2

式(2.17)と(2.30)を式(2.29)に代入して次式を得る。

$$\beta \leq \beta_s \quad (2.31)$$

$$\beta_s = s \sqrt{\frac{8.4s}{k_0(2.1s - \varphi)}} \beta_0 \quad (2.32)$$

ここに、 β_s : 突起付き長方形板の幅厚比の上限値

突起付き長方形板の幅厚比 β は突起無し長方形板の幅厚比 β_0 以上であるので、 β が取り得る値の範囲は次の通りである。

$$\beta_0 \leq \beta \leq \beta_s \quad (2.33)$$

図 2.3 と 2.4 の各図の白丸は、式(2.31)が与える突起付き長方形板の幅厚比の上限値 β_s を示している。圧縮を受ける場合と曲げを受ける場合に対して β_s の値が表 2.2 に示してある。さらに、式(2.23)と(2.26)が与える η と β の関係を表している破線は、式(2.33)の適用範囲外であることを示している。

2.4 突起に対する幅厚比制限

突起は、突起付き長方形板の座屈強度未満で座屈を起こしてはならない。したがって突起を、圧縮を受ける自由突出板と見なせば、突起は次式を満たさなければならない。

$$\sigma_r \leq \frac{0.425\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)\beta_2^2} \quad (2.34)$$

$$\beta_2 = \frac{b_2}{t_{22}} \quad (2.35)$$

ここに、 σ_r : 突起に作用する応力

β_2 : 長方形板の片側にある突起の幅厚比

b_2 : 突起の高さ（表 2.1 参照）

t_{22} : 突起の平均厚さ (表 2.1 参照)

式(2.34)の右辺は, 圧縮を受ける自由突出板の座屈強度である¹³⁾.

突起付き長方形板が座屈するとき, 突起に作用する応力は次式で与えられる (付録 B 参照).

$$\sigma_r = \left(1 - \frac{\varphi}{s}\right) \sigma_{cr} \quad (2.36)$$

式(2.36)を式(2.34)に代入して, 突起の幅厚比 β_2 に対する制限として次式を得る.

$$\beta_2 \leq \pi \sqrt{\frac{0.425Es}{12(1-\mu^2)(s-\varphi)\sigma_{cr}}} \quad (2.37)$$

$s/(s-\varphi)$ は 1 以上であり, 突起付き長方形板の座屈強度 σ_{cr} はアルミニウム合金の 0.2% 耐力 $\sigma_{0.2}$ を超えることはないので, 式(2.37)において, $s/(s-\varphi)=1$, $\sigma_{cr}=\sigma_{0.2}$ と置いて, 突起の幅厚比 β_2 に対する制限を, 式(2.37)よりさらに低めに抑えた制限が次式で与えられる.

$$\beta_2 \leq \pi \sqrt{\frac{0.425E}{12(1-\mu^2)\sigma_{0.2}}} \quad (2.38)$$

アルミニウム合金 A6061S-T6 の 0.2% 耐力 245MPa を $\sigma_{0.2}$, 70GPa と 0.3 をそれぞれ E と μ に代入して, 突起の幅厚比 β_2 に対する制限値 10.5 を得る. 2.2 節の計算例では, 矩形断面の突起を長方形板の片側に設けるので $\beta_r = \beta_2$ である. したがって同節の計算例で用いた $\beta_r = 5$ は突起の幅厚比制限を満たしている.

第3章 突起付きアルミニウム合金板の耐荷力

3.1 解析対象

第2章では、突起無し長方形板の座屈強度に等しい座屈強度を持つ突起付き長方形板の断面形状を求め、突起付き長方形板の断面積が突起無し長方形板の断面積より小さくなる幅厚比が存在することを示した。

座屈強度は、長方形板が平らな場合、すなわち初期たわみを持たない場合に対する強度である。実際の突起付きアルミニウム合金板には初期たわみが発生する。初期たわみを有する長方形板が支える荷重の最大値を耐荷力と呼ぶ。本章では、突起無し長方形板の座屈強度に等しい座屈強度を持つ突起付き長方形板の耐荷力を調べる。

圧縮または曲げを受ける突起付き長方形板の耐荷力は、次節で述べる有限要素法による弾塑性有限変位解析によって求める。解析対象は、2.2節で使用した突起付き長方形板である。すなわち突起付き長方形板のアルミニウム合金は A6061-T6 であり、そのヤング率 E 、ポアソン比 μ 、0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ はそれぞれ 70GPa, 0.3, 245MPa である。突起は、その断面形状が $\beta_r = 5$ の矩形であり、長方形板の片面に設ける。突起によって区切られた板要素の総数 s は、圧縮を受ける場合 2 と 3 であり、曲げを受ける場合 3 と 4 である。

突起付き長方形板の座屈強度を最小にする座屈波長 a が次式で与えられる（付録 A 参照）。
圧縮を受ける場合に対して、

$$a = b(1 + s\gamma)^{0.25} \quad (3.1)$$

曲げを受ける場合に対して、

$$a = \frac{b}{\sqrt{2}}(1 + s\gamma)^{0.25} \quad (3.2)$$

ここに、 b : 長方形板の幅

s : 突起によって区切られた板要素の総数

γ : 長方形板の曲げ剛性に対する一つの突起の曲げ剛性の比

γ は式(2.12)で与えられ、矩形断面の突起が長方形板の片面に設けられるので、同式の c_{31} は 3 である。

一般に圧縮を受ける突起無し長方形板の耐荷力は、最小の座屈強度を与える座屈波長を長方形板の長さを持つとき最小になる。したがって、圧縮または曲げを受ける突起付き長方形板の耐荷力を計算する際、長方形板の長さを、圧縮を受ける場合に対して式(3.1)、曲げを受ける場合に対して式(3.2)で与える。

突起無し長方形板および突起付き長方形板の初期たわみ w_0 を次式で与える。

$$w_0 = \frac{b}{500} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) \quad (3.3)$$

アルミニウム合金 A6061-T6 の応力-ひずみ関係に対して次式を用いる¹⁴⁾.

$$\sigma \leq \sigma_{0.2} \text{ に対して, } \varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \right)^{29.1} \quad (3.4)$$

$$\sigma > \sigma_{0.2} \text{ に対して, } \sigma = \sigma_{0.2} \quad (3.5)$$

ここに、 ε と σ : それぞれひずみと応力

3.2 有限要素法による弾塑性有限変位解析

圧縮または曲げを受ける突起付き長方形板の弾塑性有限変位解析には汎用有限要素プログラム MARC¹⁵⁾を使用した。使用した有限要素は 8 節点厚肉シェル要素 (MARC の要素タイプ 22) である。

突起無し長方形板の要素分割は、長方形板全体を 10×10 に分割した。突起付き長方形板の要素分割は、長方形板に対して、突起と非載荷辺との間および突起と突起との間を 10 等分し、一つの有限要素が正方形になるように分割し、突起に対して、突起の幅方向を 5 等分割した。

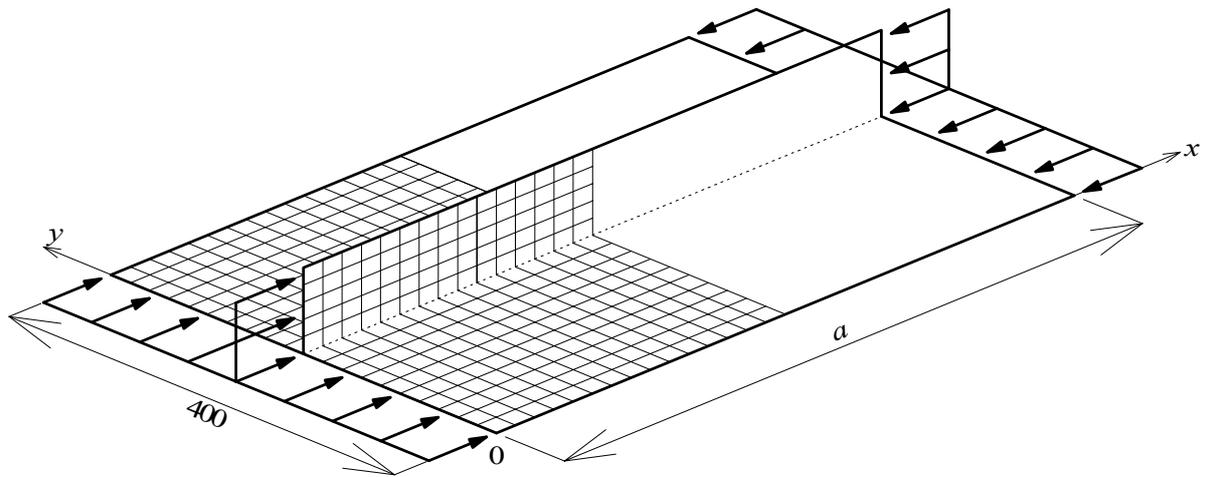
圧縮を受ける突起付き長方形板の要素分割の例を図 3.1 に示す。板幅 b を 400mm としているのので、式(3.3)の最大初期たわみは 0.8mm である。対称性を考慮して、 $s=2$ に対して長方形板全体の 2 分の 1、 $s=3$ に対して長方形板全体の 4 分の 1 が要素分割されている。

曲げを受ける突起付き長方形板の要素分割の例を図 3.2 に示す。板幅 b を 750mm としているのので、式(3.3)の最大初期たわみは 1.5mm である。対称性を考慮して、 $s=3$ および $s=4$ ともに長方形全体の 2 分の 1 が要素分割されている。

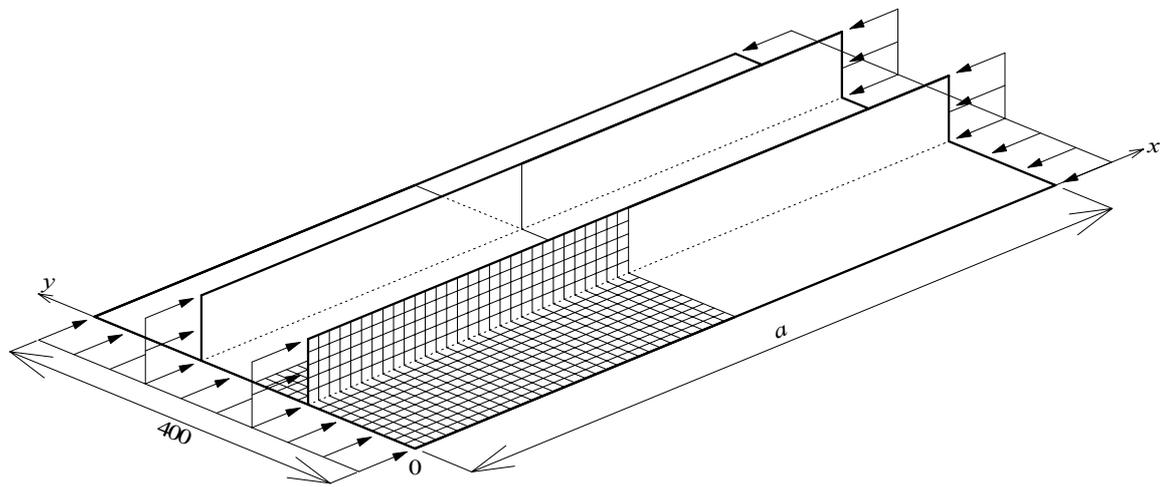
圧縮を受ける場合および曲げを受ける場合の両者に対して、長方形板は面外方向に対して 4 辺単純支持、非載荷辺は面内方向に自由とした。

圧縮を受ける場合、長方形板の端辺と突起に強制変位で荷重を与えた。突起の y 軸方向の変位を、突起が長方形板の端辺と交差する点の y 軸方向の変位と同じにした。

曲げを受ける場合、長方形板の端辺に剛棒を取り付け、端辺と剛棒に 2 重節点を設けた。端辺と剛棒の x 軸方向の変位を同じにし、さらに端辺と剛棒の z 軸回りの回転角を同じにした。そして、 $y=b/2$ の位置を中心として剛棒を回転させることにより、長方形板の端辺に純曲げを与えた。剛棒に対しては 3 次元弾性梁要素 (MARC の要素タイプ 52) を使用した。

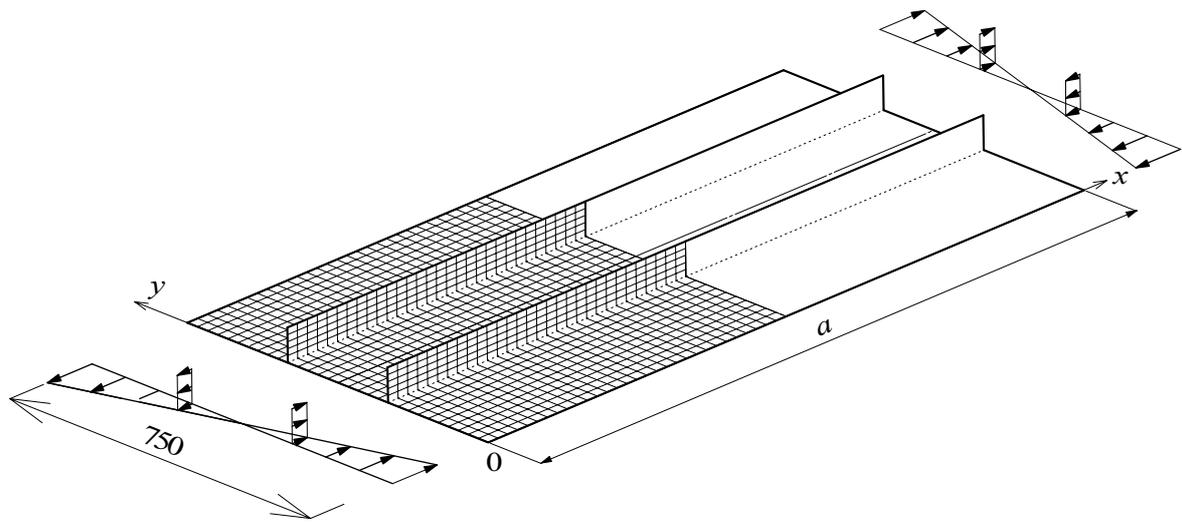


(a) $s=2$

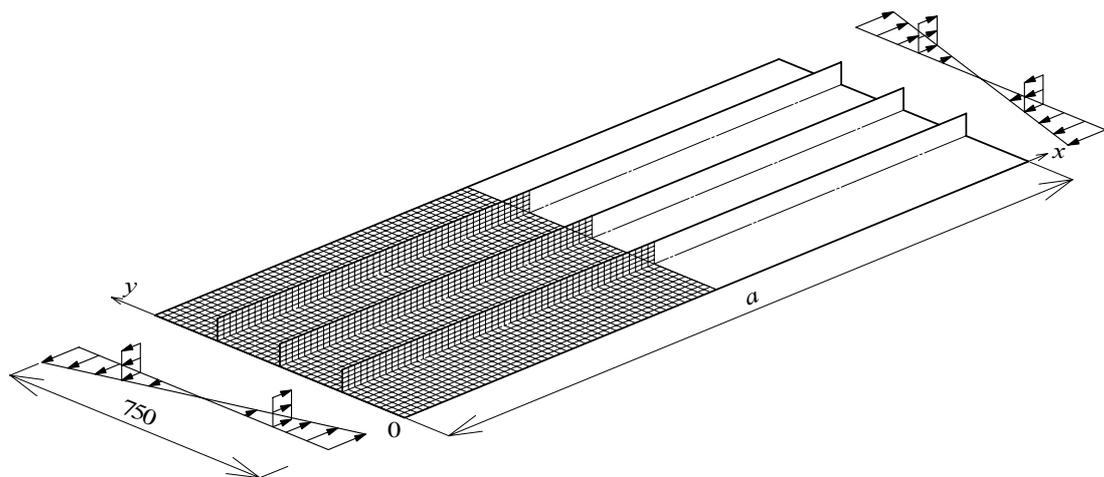


(b) $s=3$

図 3.1 圧縮を受ける突起付き長方形板の要素分割



(a) $s=3$



(b) $s=4$

図 3.2 曲げを受ける突起付き長方形板の要素分割

3.3 解析結果

圧縮を受ける場合と曲げを受ける場合に対する解析ケースをそれぞれ表 3.1, 3.2 に示す. 各表の β の行で, (β_0) が付された数値は突起無し長方形板の幅厚比, (β_s) が付された数値は式(2.32)で与えられる, 突起付き長方形板が全体座屈を起こす幅厚比の上限値である. 表 3.1 の圧縮を受

ける長方形板の長さ a は、突起無し長方形板の場合、 $b = 400 \text{ mm}$ に等しく、突起付き長方形板の場合、 $b = 400 \text{ mm}$ に対して式(3.1)より算出している。他方、表 3.2 の曲げを受ける長方形板の長さ a は、突起無し長方形板の場合、 $b = 750 \text{ mm}$ の $2/3$ 倍に等しく、突起付き長方形板の場合、 $b = 750 \text{ mm}$ に対して式(3.2)より算出している。ここで、突起無し長方形板の場合は文献 16) に従っている。

表 3.1 圧縮を受ける場合に対する解析ケース

(a) $R=0.5$

		$s = 2$					$s = 3$				
		$16(\beta_0)$	20	25	30	$32(\beta_s)$	35	20	30	40	42
β											
$a \text{ (mm)}$	400	653	948	1283	1449	1700	675	1403	2982	3744	

(b) $R=1.0$

		$s = 2$					$s = 3$				
		$32(\beta_0)$	40	50	$64(\beta_s)$	70	80	40	60	80	$96(\beta_s)$
β											
$a \text{ (mm)}$	400	628	888	1292	1474	1836	640	1224	2040	3260	6200

(c) $R=1.6$

		$s = 2$				$s = 3$				
		$51(\beta_0)$	60	80	$103(\beta_s)$	120	60	90	120	$154(\beta_s)$
β										
$a \text{ (mm)}$	400	552	864	1230	1536	560	1052	1628	2570	

表 3.2 曲げを受ける場合に対する解析ケース

(a) $R=0.5$

		$s = 3$				$s = 4$				
		39(β_0)	40	50	$58(\beta_s)$	70	40	50	60	$74(\beta_s)$
β										
$a \text{ (mm)}$	500	562	836	1058	1378	566	850	1126	1536	2132

(b) $R=1.0$

		$s = 3$					$s = 4$				
		78(β_0)	80	100	117 (β_s)	140	160	80	100	120	147 (β_s)
β											
$a \text{ (mm)}$	500	558	817	1020	1310	1568	560	826	1076	1430	1604

(c) $R=1.6$

		$s=3$					$s=4$				
		β	126 (β_0)	130	150	170	187 (β_s)	210	130	170	210
a (mm)	500	573	731	880	1003	1174	578	888	1190	1382	1660

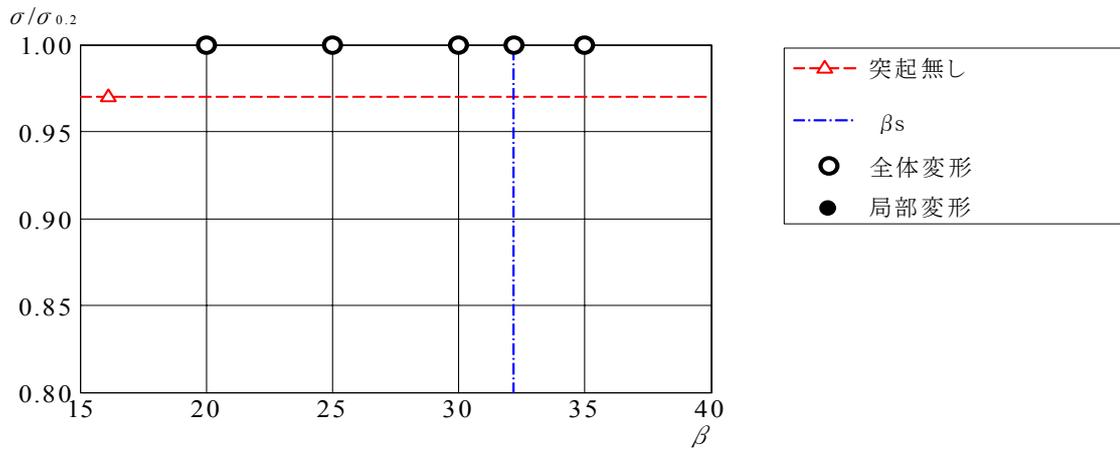
圧縮を受ける場合に対する耐荷力と幅厚比の関係を、 $s=2$ と 3 に対して、それぞれ図 3.3, 3.4 に示す。耐荷力は、アルミニウム合金材の 0.2% 耐力 $\sigma_{0.2} = 245 \text{ MPa}$ で無次元表示されている。各図の左端の白三角および水平の破線は、突起無し長方形板の耐荷力を示しており、鉛直の一点長鎖線は、式(2.32)で与えられる、突起付き長方形板が全体座屈を起こす幅厚比の上限值を示している。白丸は、図 3.5(a) と 3.6(a) に示すように、突起と長方形板が一体となって変形する場合を示し、黒丸は、図 3.5(b) と 3.6(b) に示すように、突起で区切られた板要素が局部変形する場合を示している。

同様に、曲げを受ける場合に対する耐荷力と幅厚比の関係を、 $s=3$ と 4 に対して、それぞれ図 3.9, 3.10 に示す。図 3.11(a) と 3.12(a) は、突起と長方形板が一体となって変形する例を示し、図 3.11(b) と 3.12(b) は、突起で区切られた板要素が局部変形する例を示している。

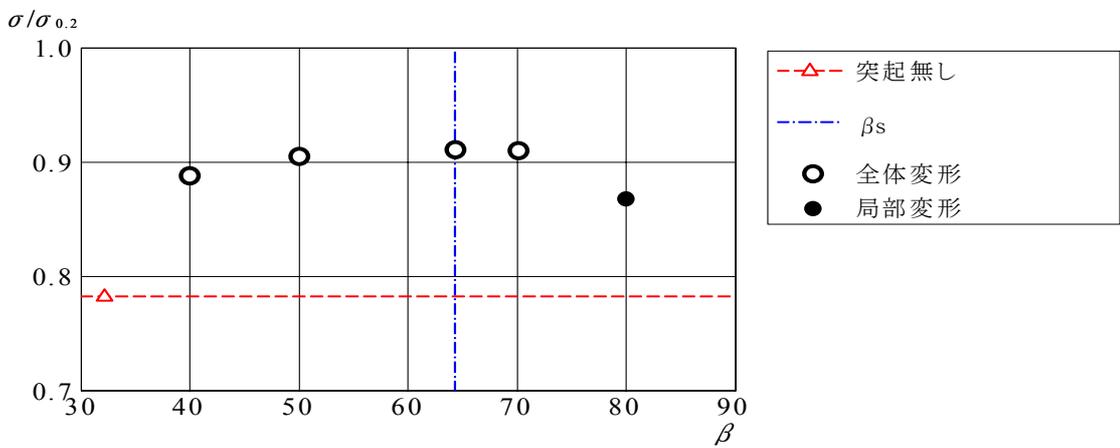
図 3.3 と 3.4 および図 3.9 と 3.10 より、圧縮を受ける場合および曲げを受ける場合ともに、突起付き長方形板が全体変形する場合、幅厚比の増加に伴って耐荷力は上昇する。しかし、突起で区切られた板要素が局部変形するようになると、耐荷力は低下に転じる。圧縮を受ける場合、局部変形が生じてても、表 3.1 で考慮した幅厚比の範囲では、突起付き長方形板の耐荷力は突起無し長方形板の耐荷力より大きい。曲げを受ける場合、図 3.10(c) に示すように、局部変形が生じると、大きな幅厚比で突起付き長方形板の耐荷力が突起無し長方形板の耐荷力より低くなる。

突起付き長方形板が全体座屈を起こす幅厚比の上限值 β_s 以下の幅厚比で、突起で区切られた板要素が局部変形する場合があるが、 β_s 以下の幅厚比を持つ突起付き長方形板の耐荷力は、突起無し長方形板の耐荷力より大きい。したがって、式(2.33)の範囲の幅厚比を持つ突起付き長方形板の耐荷力は、突起無し長方形板の耐荷力を用いることにより安全側に評価することができる。

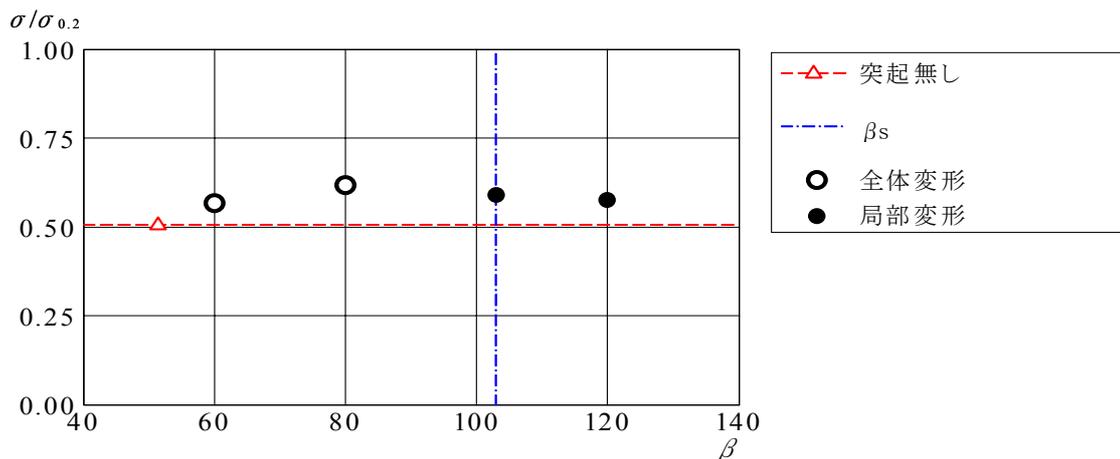
圧縮を受ける場合の荷重と載荷辺の面内変位の関係を、 $s=2$ と 3 に対して、それぞれ図 3.7, 3.8 に示す。さらに曲げを受ける場合の荷重と載荷辺の圧縮縁の面内変位の関係を、 $s=3$ と 4 に対して、それぞれ図 3.13, 3.14 に示す。各図の横軸の $2u/a$ は、長方形板の左右の載荷辺の収縮が長方形板の長さで無次元化された量である。各図の白丸は、最高荷重すなわち耐荷力を表している。幅厚比が大きくなるに従って、耐荷力に達した後の荷重の低下量が大きくなる。



(a) $R=0.5$

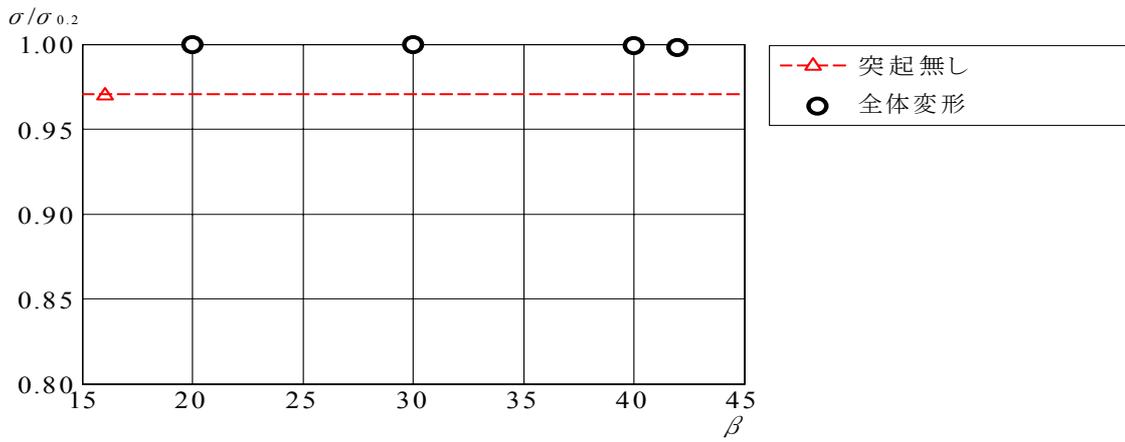


(b) $R=1.0$

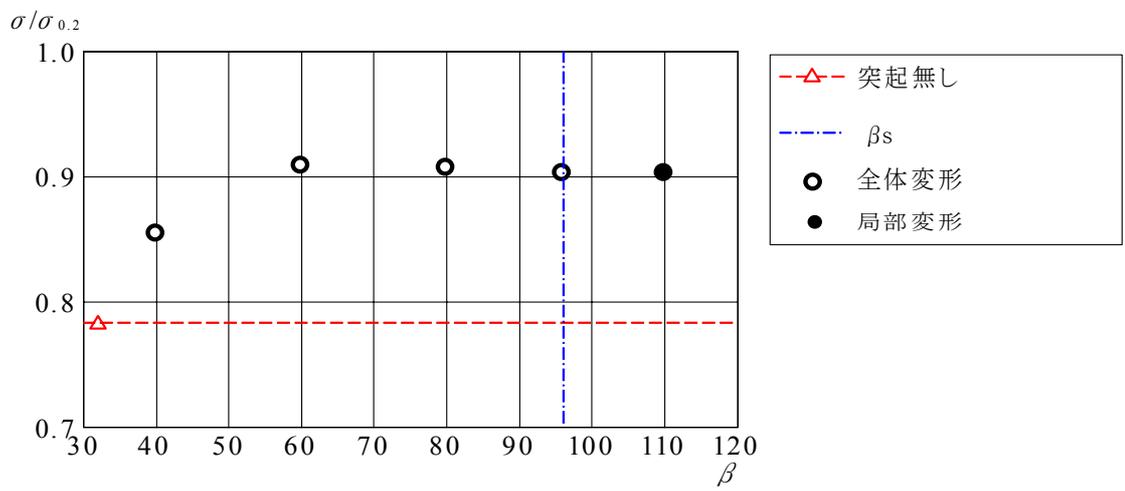


(c) $R=1.6$

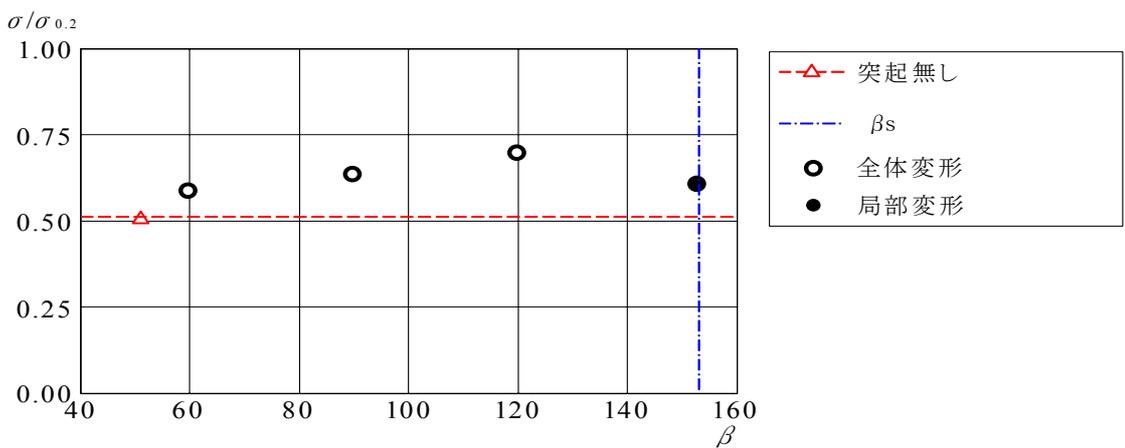
図 3.3 圧縮を受ける場合に対する耐荷力と幅厚比の関係 [$s=2$]



(a) $R=0.5$

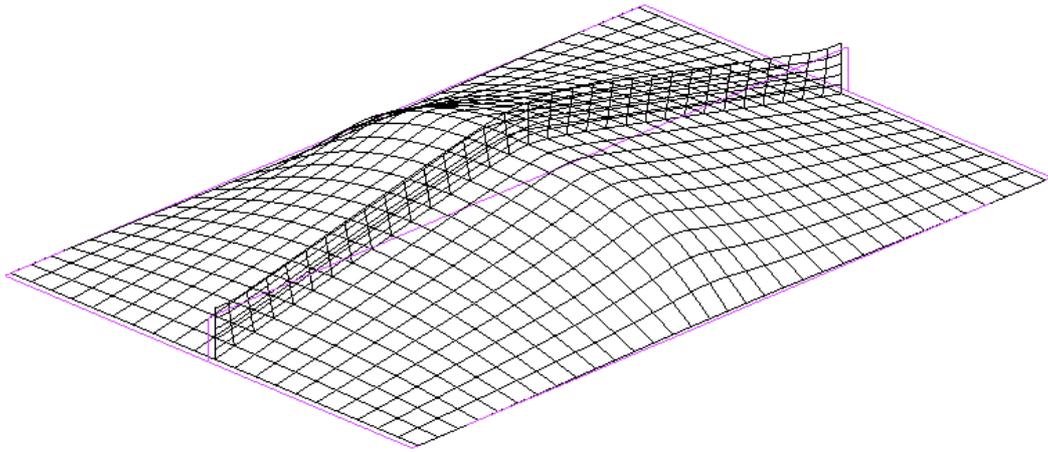


(b) $R=1.0$

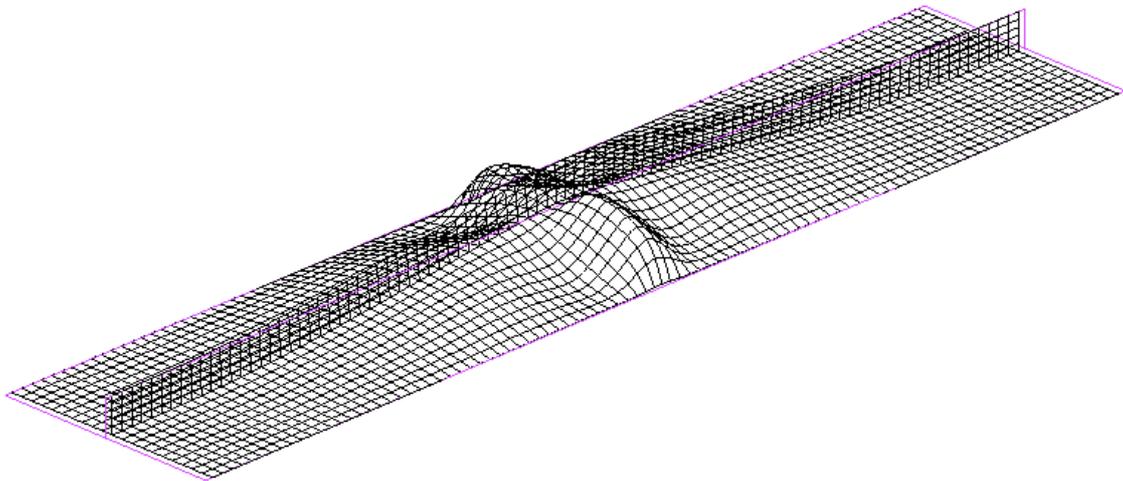


(c) $R=1.6$

図 3.4 圧縮を受ける場合に対する耐荷力と幅厚比の関係 [$s=3$]

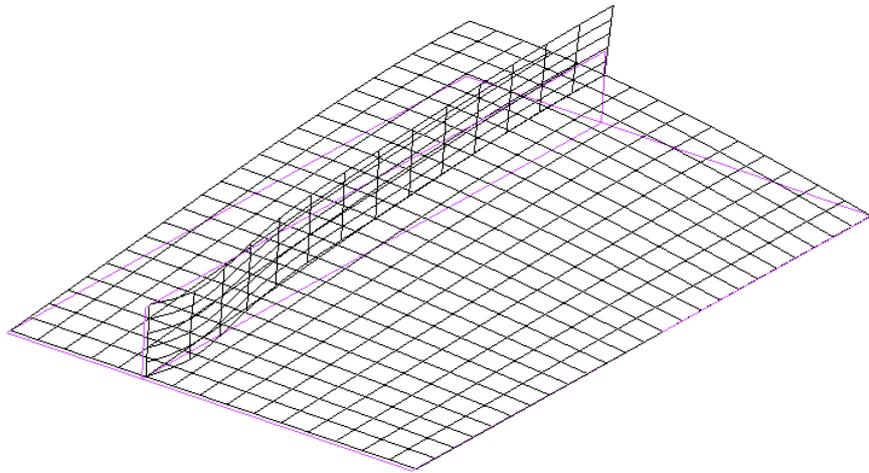


(a) 全体変形 ($\beta=40$)

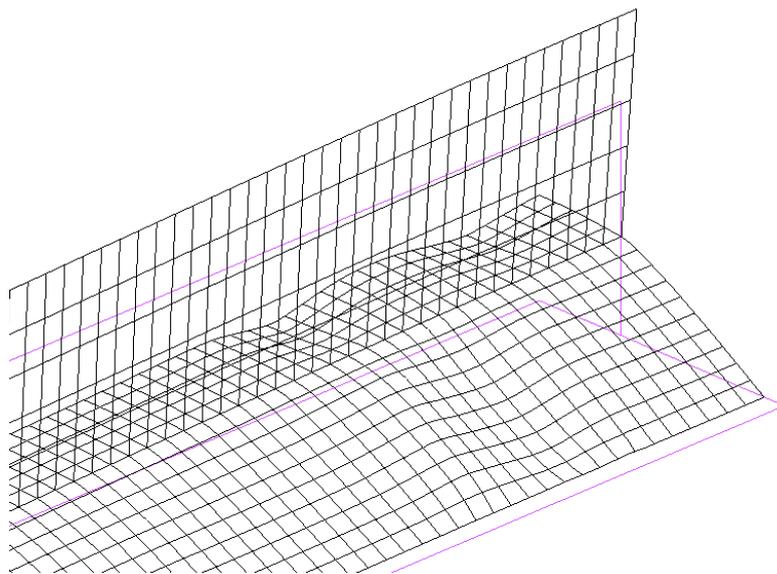
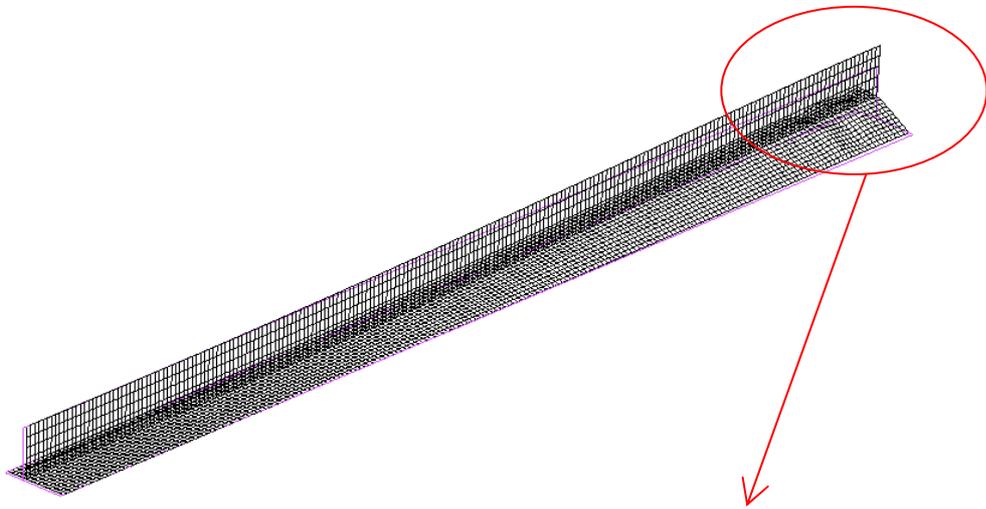


(b) 局部変形 ($\beta=80$)

図 3.5 圧縮を受ける場合に対する変形状況 [$s=2$, $R=1.0$]

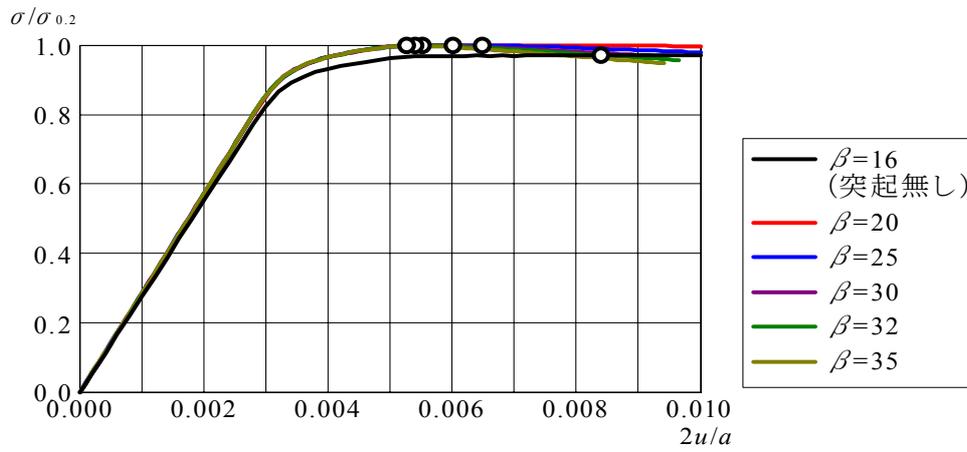


(a) 全体変形 ($\beta=40$)

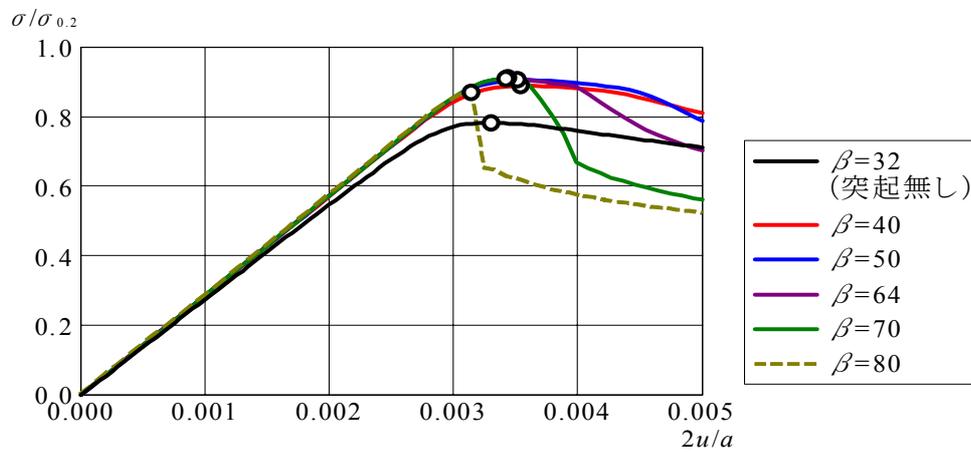


(b) 局所変形 ($\beta=110$)

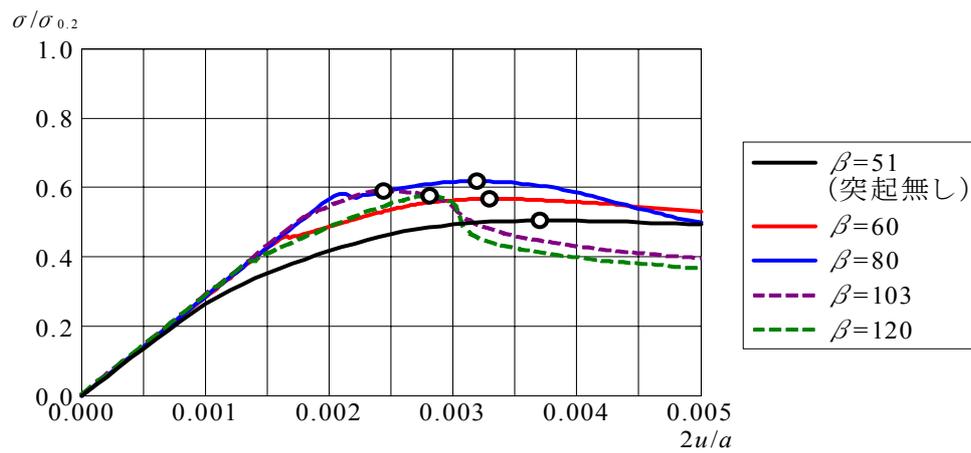
図 3.6 圧縮を受ける場合に対する変形状況 [$s=3$, $R=1.0$]



(a) $R=0.5$

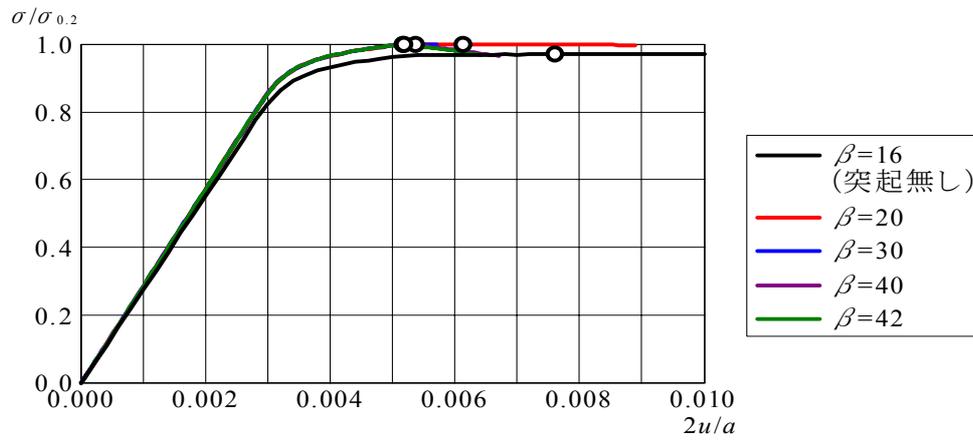


(b) $R=1.0$

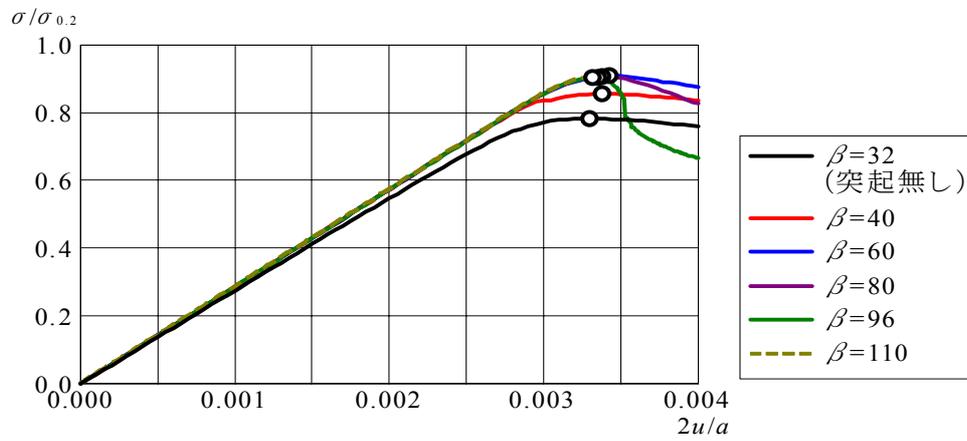


(c) $R=1.6$

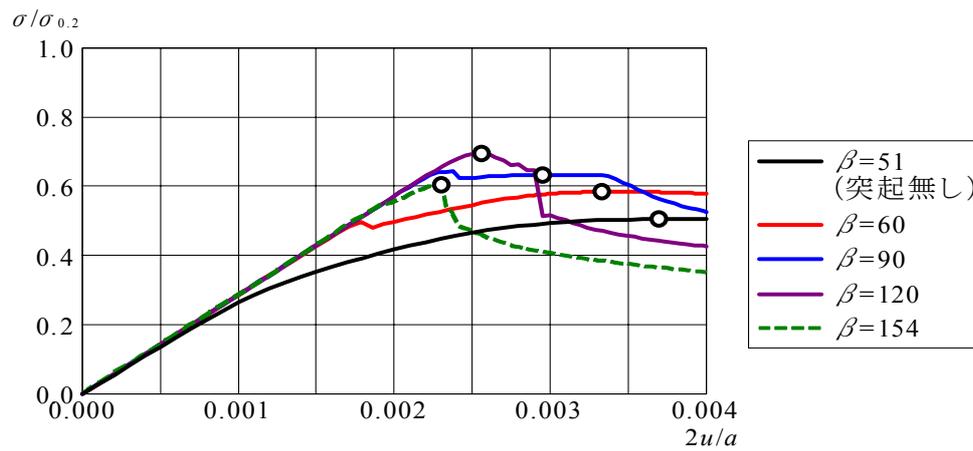
図 3.7 圧縮を受ける場合に対する荷重と面内変位の関係 [$s=2$]



(a) $R=0.5$

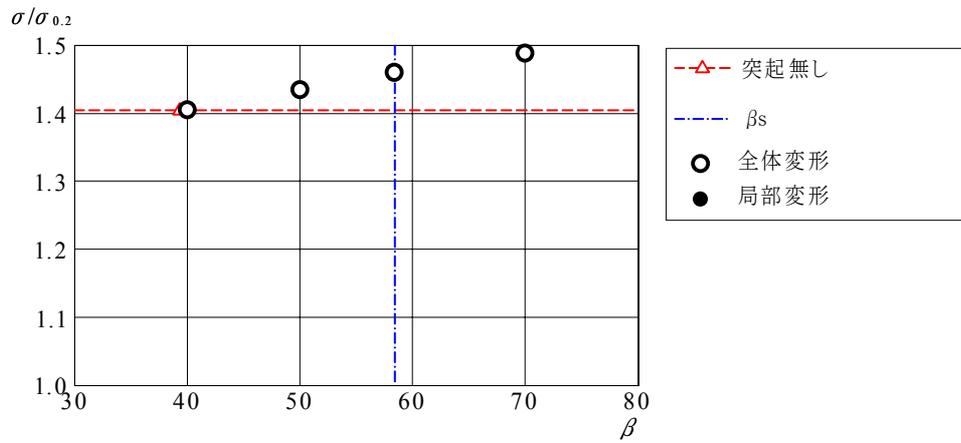


(b) $R=1.0$

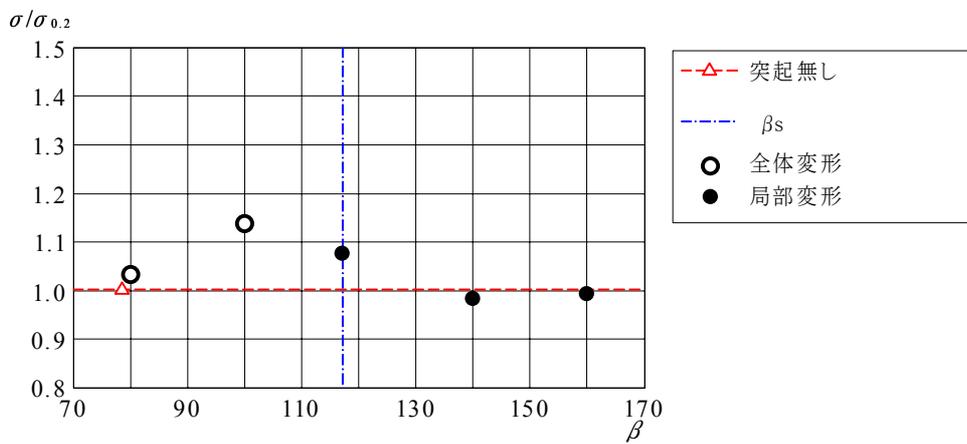


(c) $R=1.6$

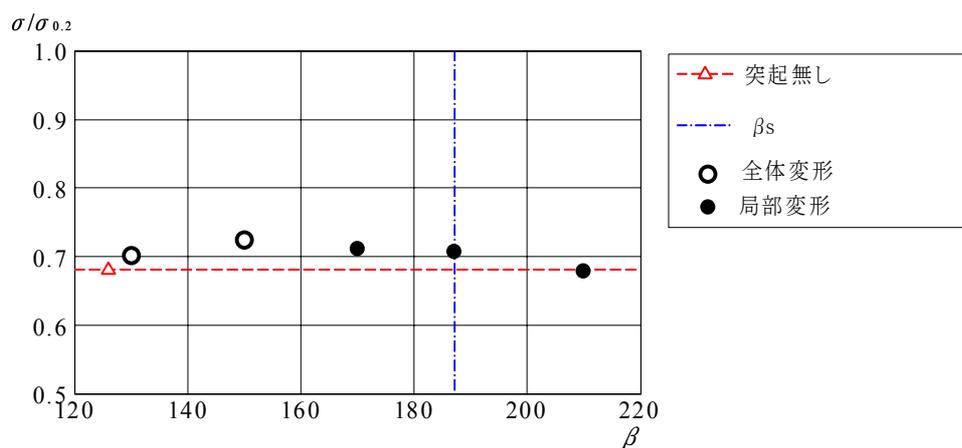
図 3.8 圧縮を受ける場合に対する荷重と面内変位の関係 [$s=3$]



(a) $R=0.5$

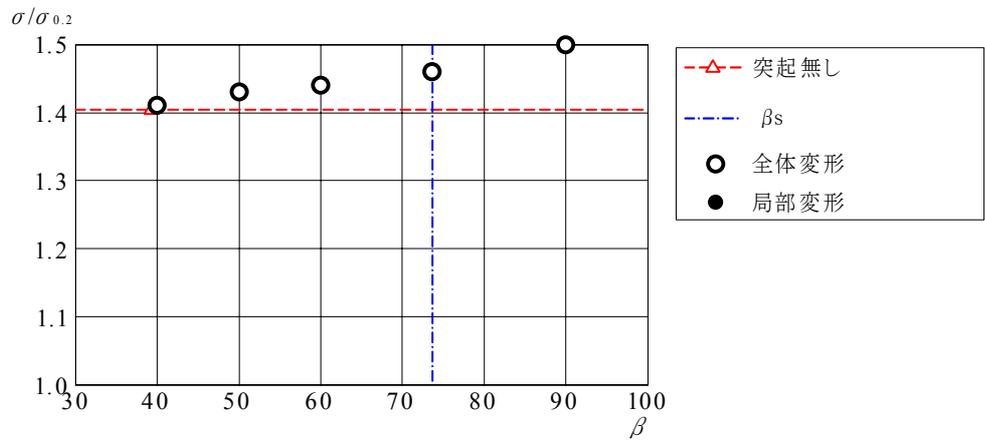


(b) $R=1.0$

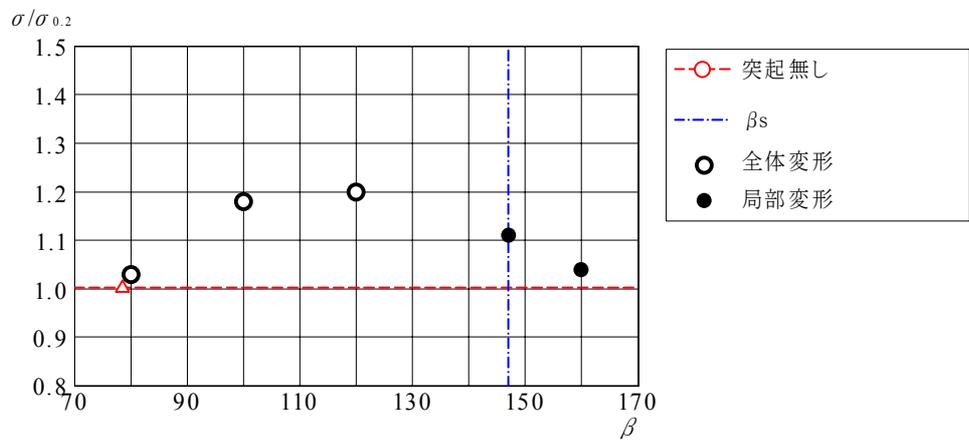


(c) $R=1.6$

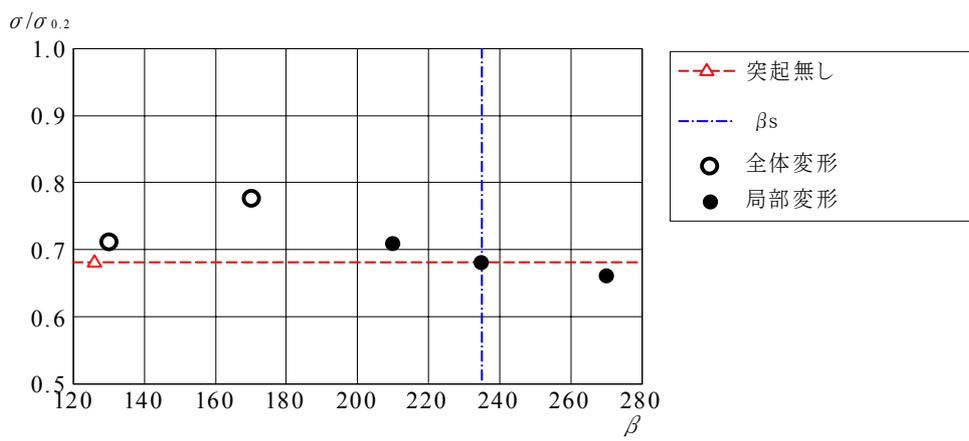
図 3.9 曲げを受ける場合に対する耐荷力と幅厚比の関係 [$s=3$]



(a) $R=0.5$

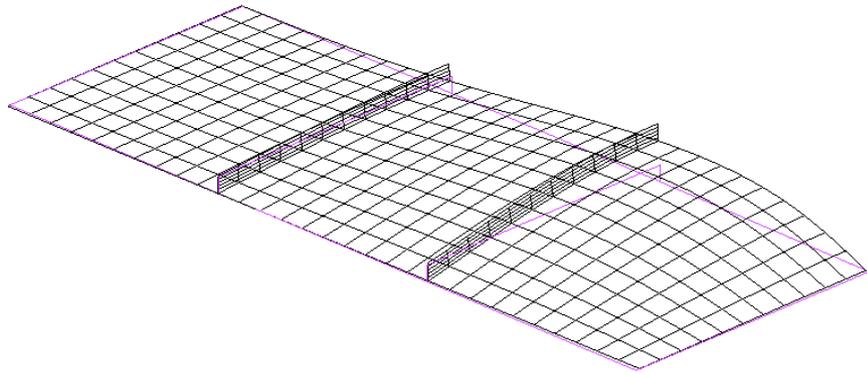


(b) $R=1.0$

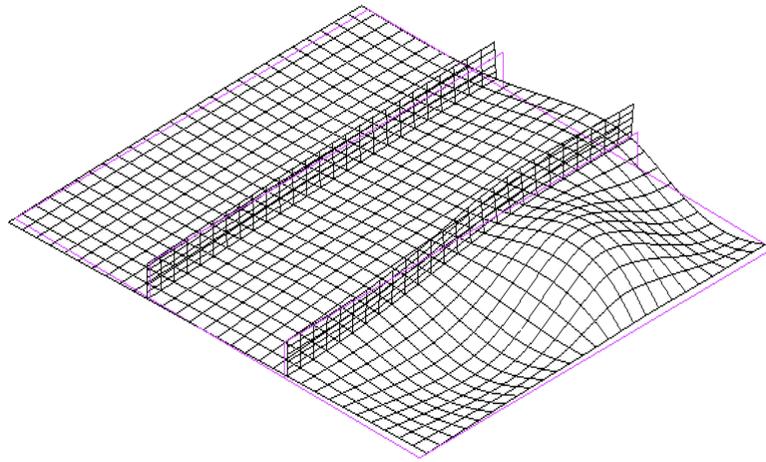


(c) $R=1.6$

図 3.10 曲げを受ける場合に対する耐荷力と幅厚比の関係 [$s=4$]

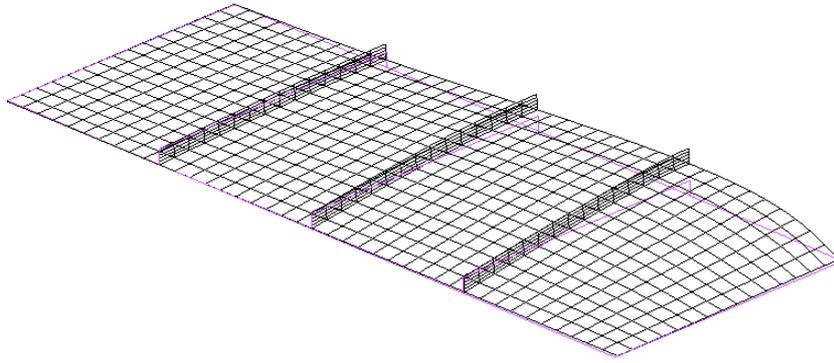


(a) 全体変形 ($\beta=80$)

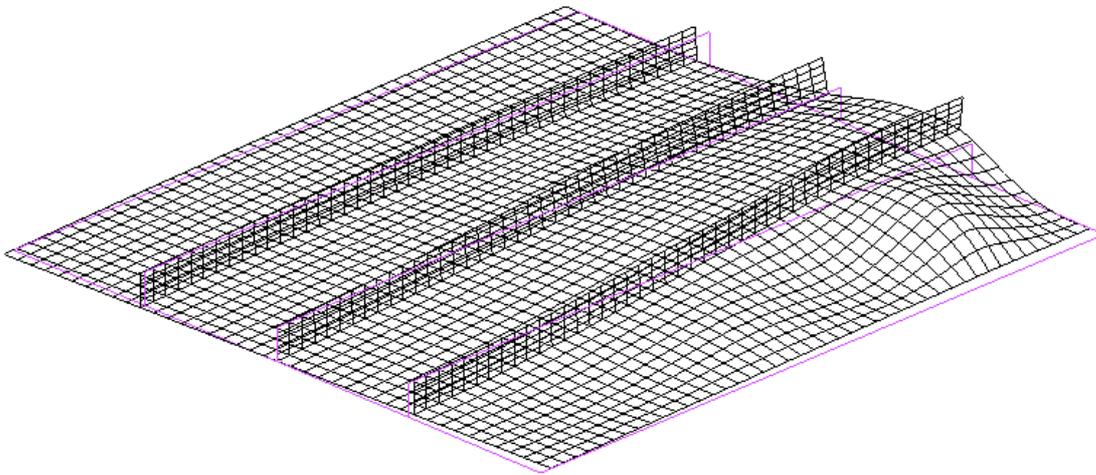


(b) 局所変形 ($\beta=140$)

図 3.11 曲げを受ける場合に対する変形形状 [$s=3$, $R=1.0$]

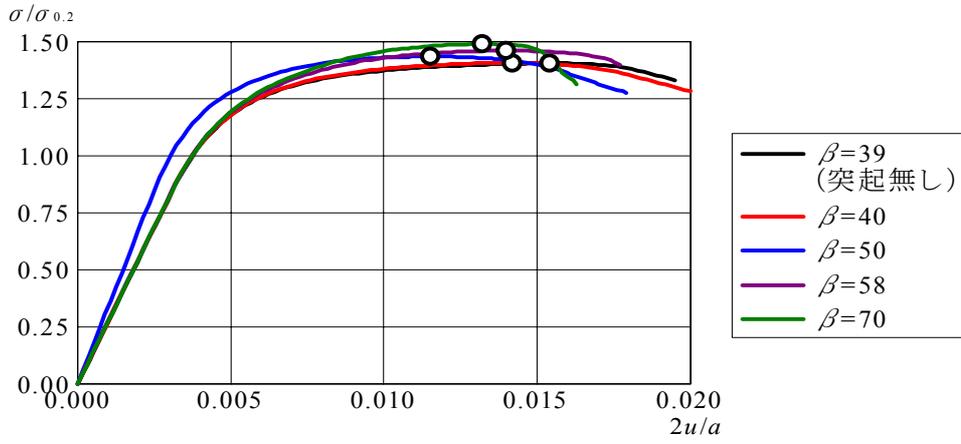


(a) 全体変形 ($\beta=80$)

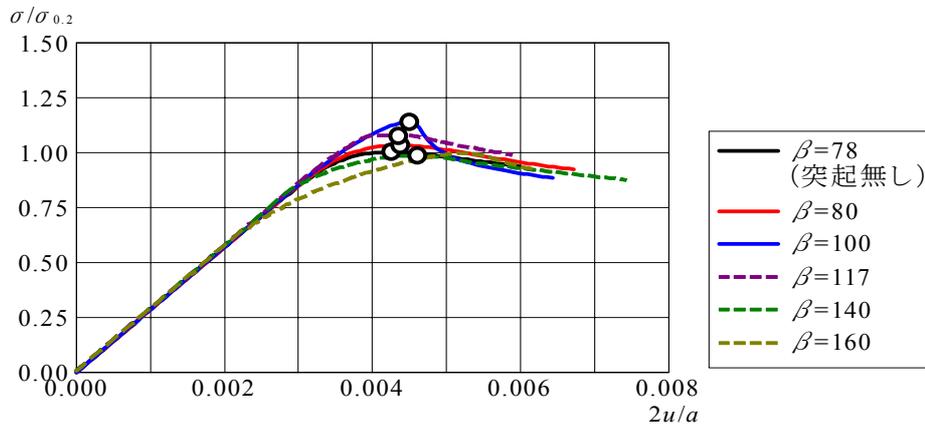


(b) 局部変形 ($\beta=160$)

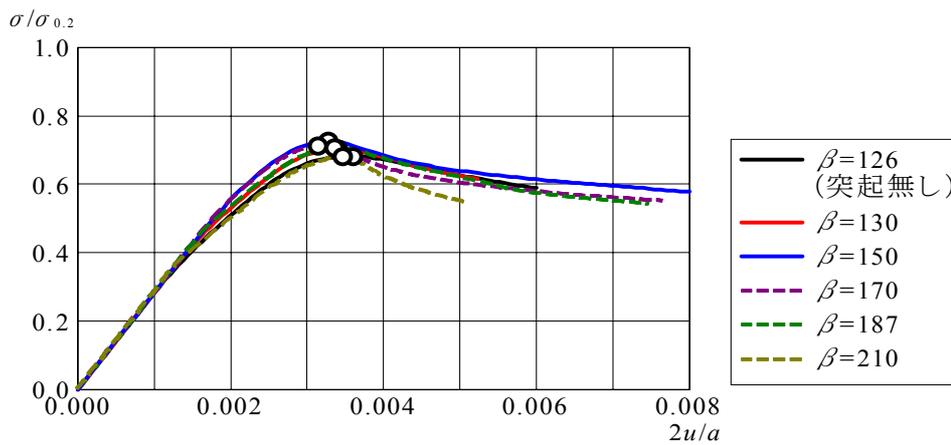
図 3.12 曲げを受ける場合に対する変形形状 [$s=4, R=1.0$]



(a) $R=0.5$

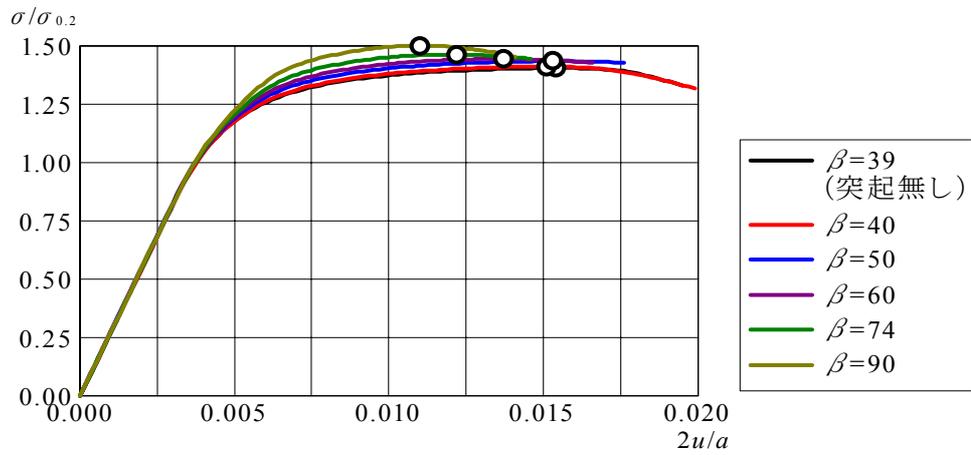


(b) $R=1.0$

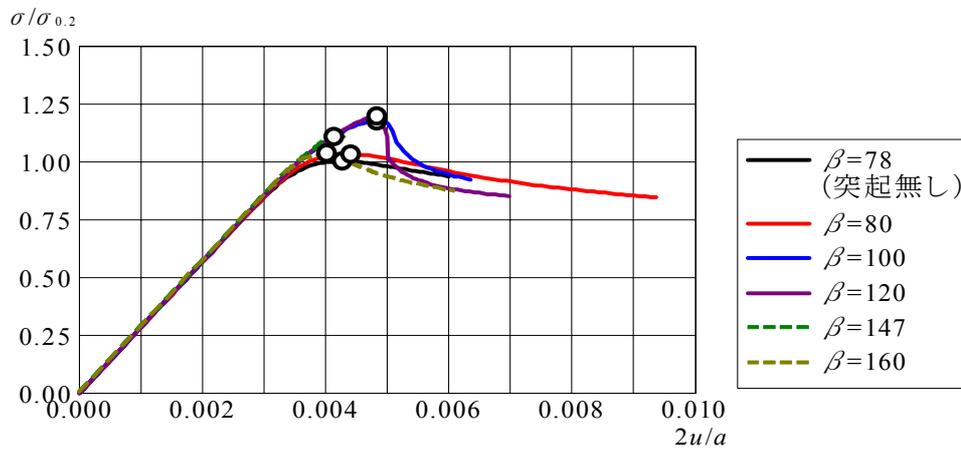


(c) $R=1.6$

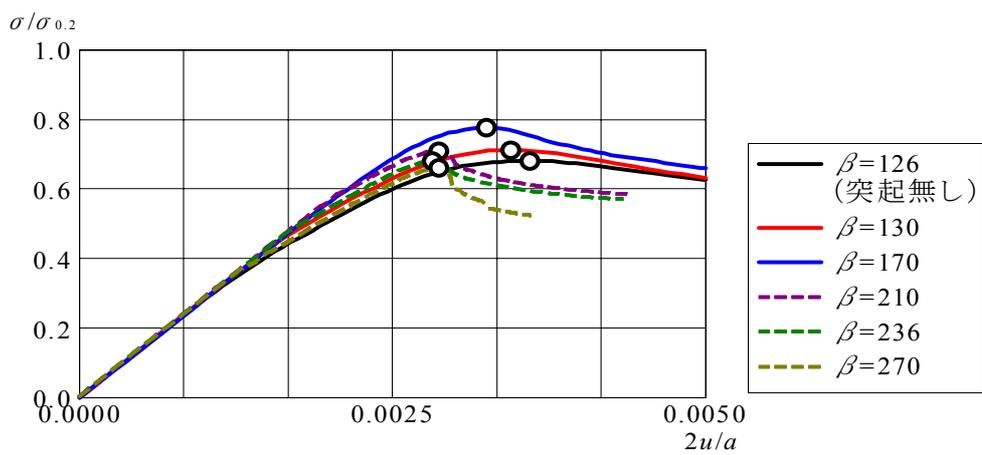
図 3.13 曲げを受ける場合に対する荷重と面内変位の関係 [$s=3$]



(a) $R=0.5$



(b) $R=1.0$



(c) $R=1.6$

図 3.14 曲げを受ける場合に対する荷重と面内変位の関係 [$s=4$]

第4章 突起付きアルミニウム合金桁の設計

4.1 突起無しアルミニウム合金桁の設計

図4.1に示すように、支間長 l が 5300mm で、中央で 2500mm 離れた 2 点に 200kN の集中荷重が作用し、その区間に等曲げが発生する場合に対して突起無しアルミニウム合金桁を設計する。突起無しアルミニウム合金桁は上下対称とし、桁高 H は 785mm、ウェブ幅 b は 750mm、フランジ厚 T_f は 17.5mm であり、ウェブの幅厚比パラメータ R は 1.0 とする。

使用するアルミニウム合金は A6061-T6 であり、その材料定数は、0.2%耐力 $\sigma_{0.2} = 245\text{MPa}$ 、ヤング率 $E = 70\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\mu = 0.3$ であり、許容応力は、アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針案¹¹⁾に従って $\sigma_a = 120\text{MPa}$ である。

他方、突起無しアルミニウム合金桁の許容たわみ δ_a は $l/500$ とする。したがって、支間長 $l = 5300\text{mm}$ に対して $\delta_a = 10.6\text{mm}$ である。ここで、 $\delta_a = l/500$ は、道路橋示方書⁹⁾で規定される、鉄筋コンクリート床版以外の床版を支持する桁に課せられる許容たわみである。

ウェブは曲げを受ける板要素であり、式(2.28)より、 $R = 1.0$ に対する突起無しウェブの幅厚比 β_0 は次の値をとる。

$$\beta_0 = \pi \sqrt{\frac{k_0 E}{12(1 - \mu^2)\sigma_{0.2}}} R = \pi \sqrt{\frac{23.9 \times 7.0 \times 10^4}{12 \times (1 - 0.3^2) \times 245}} \times 1 = 78.6 \quad (4.1)$$

したがって、

$$T = \frac{b}{\beta_0} = \frac{750}{78.6} = 9.6\text{mm} \quad (4.2)$$

支間中央の最大たわみ δ_{\max} は次式で計算される。

$$\delta_{\max} = \frac{Pa}{24EI} (3l^2 - 4a^2) \quad (4.3)$$

$$P=200\text{kN}, \quad l=5300\text{mm}, \quad a=1400\text{mm}, \quad H=785\text{mm}, \quad b=750\text{mm}, \quad T_f=17.5\text{mm}$$

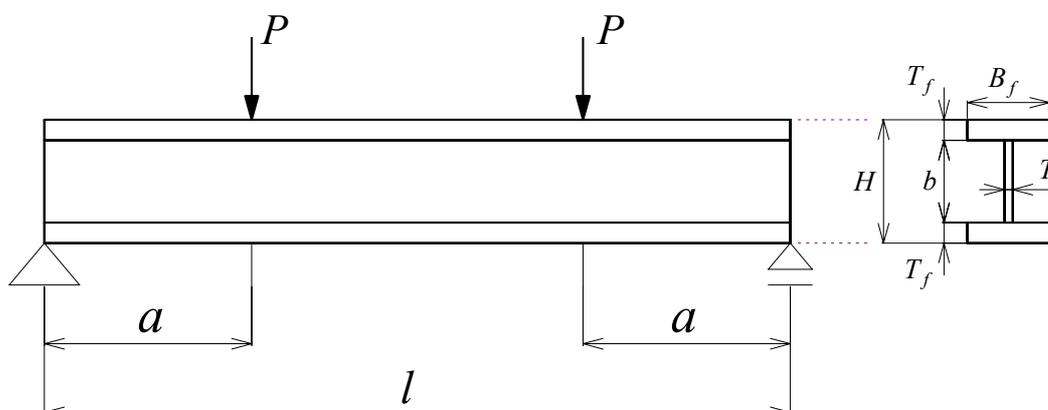


図 4.1 曲げを受ける突起無しアルミニウム合金桁

最大たわみ δ_{\max} は許容たわみ δ_a 以下にならなければならない。すなわち、

$$\delta_{\max} \leq \delta_a \quad (4.4)$$

したがって、最大たわみ δ_{\max} が許容たわみ δ_a 以下になるために必要な断面二次モーメントが次式で与えられる。

$$I \geq \frac{Pa}{24E\delta_a} (3l^2 - 4a^2) = \frac{200000 \times 1400}{24 \times 70000 \times 10.6} \times (3 \times 5300^2 - 4 \times 1400^2) = 1.202 \times 10^9 \text{ mm}^4 \quad (4.5)$$

他方、図 4.1 の突起無しアルミニウム合金桁のフランジに発生する応力 σ は許容応力 σ_a 以下にならなければならない。すなわち、

$$\sigma = \frac{M}{I} y_e = \frac{Pa}{I} y_e \leq \sigma_a \quad (4.6)$$

ここに、 y_e : 中立軸から突起無しアルミニウム合金桁の最外縁までの距離

したがって、応力 σ が許容応力 σ_a 以下になるために必要な断面二次モーメントが次式で与えられる。

$$I \geq \frac{Pa}{\sigma_a} y_e = \frac{200000 \times 1400}{120} \times 392.5 = 9.158 \times 10^8 \text{ mm}^4 \quad (4.7)$$

以上より、許容たわみと許容応力を同時に満たす突起無しアルミニウム合金桁に要求される断面二次モーメントは $1.202 \times 10^9 \text{ mm}^4$ である。

図 4.1 の突起無しアルミニウム合金桁の断面二次モーメントは次式で与えられる。

$$I = \frac{B_f H^3}{12} - \frac{(B_f - T)b^3}{12} = \frac{B_f \times 785^3}{12} - \frac{(B_f - 9.6) \times 750^3}{12} \quad (4.8)$$

したがって、 $I = 1.202 \times 10^9 \text{ mm}^4$ を満たすフランジ幅 B_f は 167.7mm となる。

突起無しアルミニウム合金桁の断面寸法を次にまとめる。

$$\text{フランジ幅 } B_f = 167.7\text{mm} \quad \text{フランジ厚 } T_f = 17.5\text{mm}$$

ウェブ幅 $b=750\text{mm}$ ウェブ厚 $T=9.6\text{mm}$

上記の断面寸法を有する突起無しアルミニウム合金桁の断面形状を図 4.2 に示す。

次に、フランジの局部座屈について照査する。フランジを自由突出板と見なして、座屈係数を 0.425 とすると、フランジの局部座屈に関する幅厚比パラメータの値は次式で与えられる。

$$R = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{0.425}} \sqrt{\frac{\sigma_{0.2}}{E}} \frac{B_f - T}{2T_f}$$

$$= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{12(1-0.3^2)}{0.425}} \times \sqrt{\frac{245}{70000}} \times \frac{167.7 - 9.6}{2 \times 17.5} = 0.431 < R_{cr} = 0.579 \quad (4.9)$$

ここで、 R_{cr} は、Eurocode 9¹⁷⁾で規定される、耐荷力が 0.2%耐力に達する限界幅厚比パラメータの値である。 $R < R_{cr}$ であるので、フランジに生じる応力が 0.2%耐力 245MPa に達する前に、フランジが局部座屈することはない。

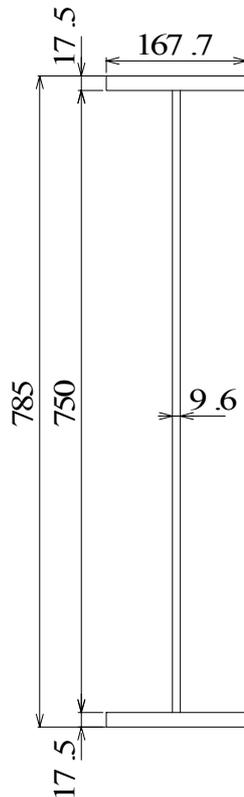


図 4.2 突起無しアルミニウム合金桁の断面形状

4.2 突起付きアルミニウム合金桁の設計

4.1 で決定された断面形状を持つ突起無しアルミニウム合金桁のウェブの座屈強度に等しい座屈強度を持つ突起付きアルミニウム合金桁のウェブの断面形状を決定する．突起付きアルミニウム合金桁の断面形状を図 4.3 に示す．

突起付きアルミニウム合金桁は，押出形材を摩擦攪拌接合によって突合せ接合して製作される．形材の製造に用いられる押出ダイスに対する寸法制限を図 4.4 に示す．

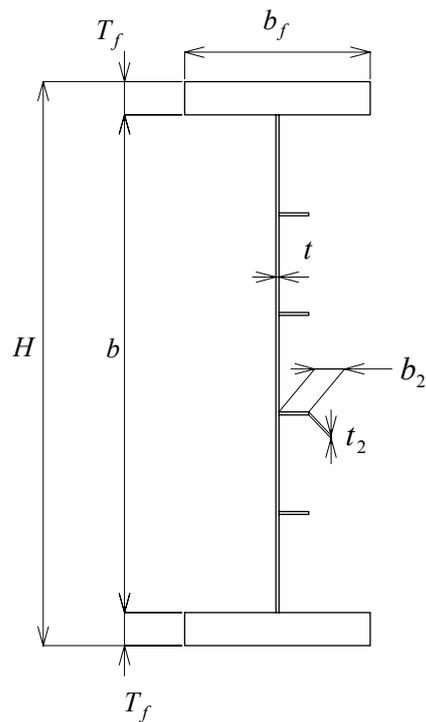
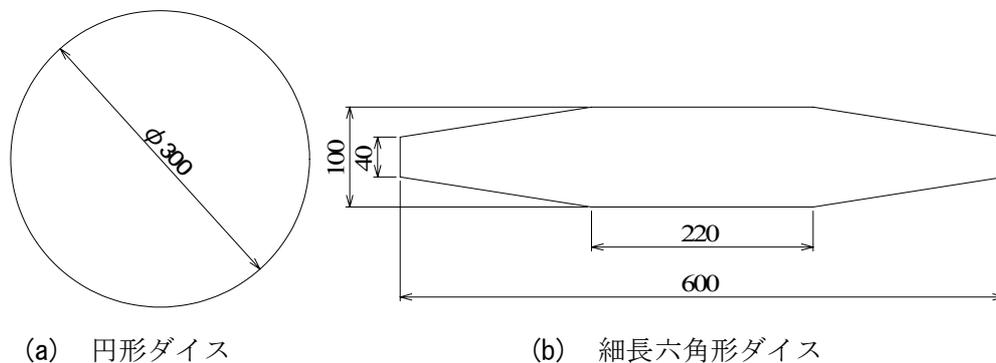


図 4.3 突起付きアルミニウム合金桁の断面形状



(a) 円形ダイス

(b) 細長六角形ダイス

図 4.4 押出ダイスに対する寸法制限

突起は，式(2.38)で与えられる突起に対する幅厚比制限を満たさなければならない．

$$\beta_2 \leq \pi \sqrt{\frac{0.425 \times 70000}{12(1-0.3^2) \times 245}} = 10.48 \quad (4.10)$$

したがって突起の幅厚比 β_2 を 10 とする。図 4.3 に示すように、矩形断面の突起がウェブの片面に取り付けられるので、式(2.13)で定義される幅厚比 β_r は次式になる。

$$\beta_r = \beta_2 = 10 \quad (4.11)$$

$\beta_0 = 78.6$, $\beta_r = 10$ を式(2.23)と(2.26)に代入して、突起無しウェブの断面積に対する突起付きウェブの断面積比 η と突起付きウェブの幅厚比 β の関係を得る。得られた η と β の関係を図 4.5 に示す。図中の白丸は、式(2.32)が与える、突起付きウェブの幅厚比の上限値を示している。図 4.5 から、 $s=6$ に対して η の最小値は 0.54, $s=5$ に対して η の最小値は 0.56 である。両者の値はほぼ等しいので、 $s=5$ を採用する。 $s=5$, $\eta=0.56$ に対して、 $\beta=174.4$, $\xi=1.02$ である。これらの値に対応するウェブの断面寸法を次にまとめる。

ウェブ幅 $b=750\text{mm}$ ウェブ厚 $t=4.3\text{mm}$
 突起幅 $b_2=44.1\text{mm}$ 突起厚 $t_2=4.4\text{mm}$

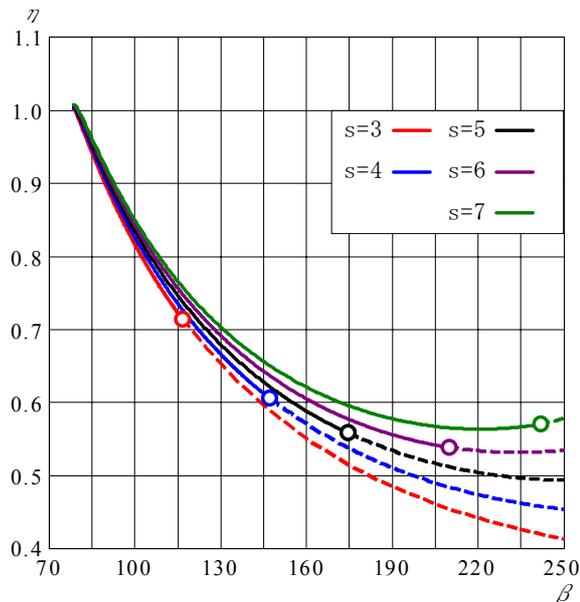


図 4.5 η と β の関係

突起付きアルミニウム合金桁では、突起無しアルミニウム合金桁に比べてウェブの断面積が減少するので、断面二次モーメントも減少する。そこで、フランジ幅を大きくすることにより、突起付きアルミニウム合金桁の断面二次モーメントを突起無しアルミニウム合金桁のそれに等しくする。

突起付きアルミニウム合金桁の断面二次モーメントは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} I &= \frac{b_f H^3}{12} - \frac{(b_f - t)b^3}{12} + \frac{(s-1)b_2 t_2^3}{12} + \frac{(s-1)(s-2)b^2 b_2 t_2}{12s} \\ &= \frac{b_f \times 785^3}{12} - \frac{(b_f - 4.3) \times 750^3}{12} \end{aligned}$$

$$+ \frac{(5-1) \times 44.1 \times 4.4^3}{12} + \frac{(5-1) \times (5-2) \times 750^2 \times 44.1 \times 4.4}{12 \times 5} \quad (4.12)$$

この式の右辺第3項と第4項が突起に関する断面二次モーメントである。

突起無しアルミニウム合金桁の断面二次モーメントは $1.202 \times 10^9 \text{ mm}^4$ であったので、式(4.12)をこの値について解いて、フランジ幅 $b_f = 199.7 \text{ mm}$ を得る。したがって、フランジの寸法は次の通りである。

フランジ幅 $b_f = 199.7 \text{ mm}$ フランジ厚 $t_f = 17.5 \text{ mm}$

上記の断面を持つ突起付きアルミニウム合金桁の断面形状を図4.6に示す。

次に、フランジの局部座屈について照査する。

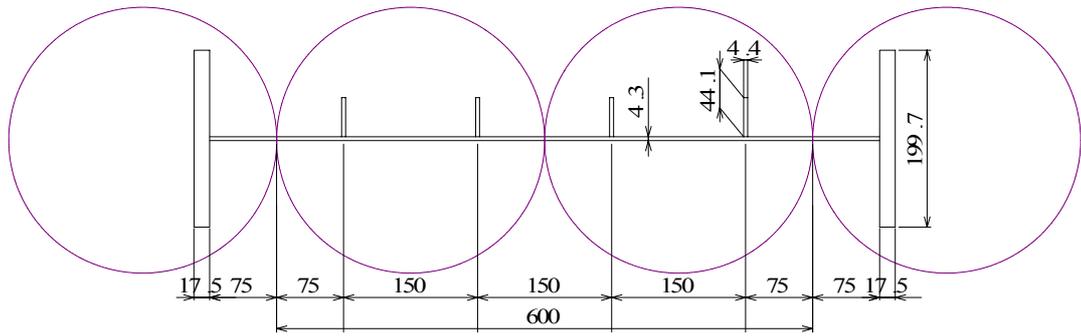
突起付きアルミニウム合金桁のフランジを自由突出板と見なすと、その幅厚比パラメータは次の値をとり、 $R < R_{cr}$ であるので、フランジに生じる応力が0.2%耐力245MPaに達する前に、フランジに局部座屈が発生することはない。

$$R = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{0.425}} \sqrt{\frac{\sigma_{0.2}}{E}} \frac{b_f - T}{2t_f}$$

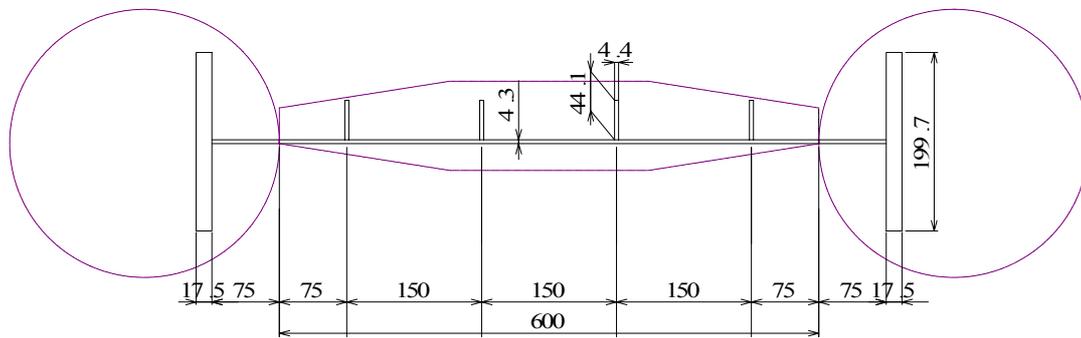
$$= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{12(1-0.3^2)}{0.425}} \times \sqrt{\frac{245}{70000}} \times \frac{199.7 - 4.3}{2 \times 17.5} = 0.533 < R_{cr} = 0.579 \quad (4.13)$$

図4.4に示したように、押出ダイスには2種類ある。上記の断面寸法を有する突起付きアルミニウム合金桁の製作には、図4.6(a)、(b)の二通りの方法が考えられる。

図4.6(a)に示す方法では、直径300mmの円形ダイスを用いて、幅300mmの押出形材を二つ製造し、この二つの押出形材を摩擦攪拌接合で突合せ接合することにより突起付きウェブが製作される。図4.6(b)に示す方法では、最大幅600mmの細長六角形ダイスを用いることにより、摩擦攪拌接合を使用することなく突起付きウェブを製造することができる。両者ともに、T型断面のフランジをウェブに摩擦攪拌接合で突合せ接合して突起付きアルミニウム合金桁が製作される。



(a) 円形ダイス



(b) 細長六角形ダイス

図 4.6 製作方法

本研究では、突起付きアルミニウム合金桁の製作方法として、図 4.6 (a) に示す方法を採用する。ウェブに対する押出型材の断面形状を図-4.7、フランジに対する押出型材の断面形状を図 4.8 に示す。

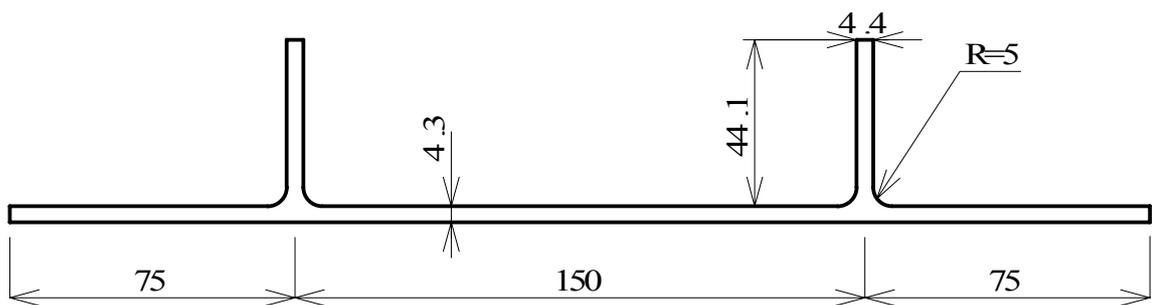


図 4.7 ウェブに対する押出型材の断面形状

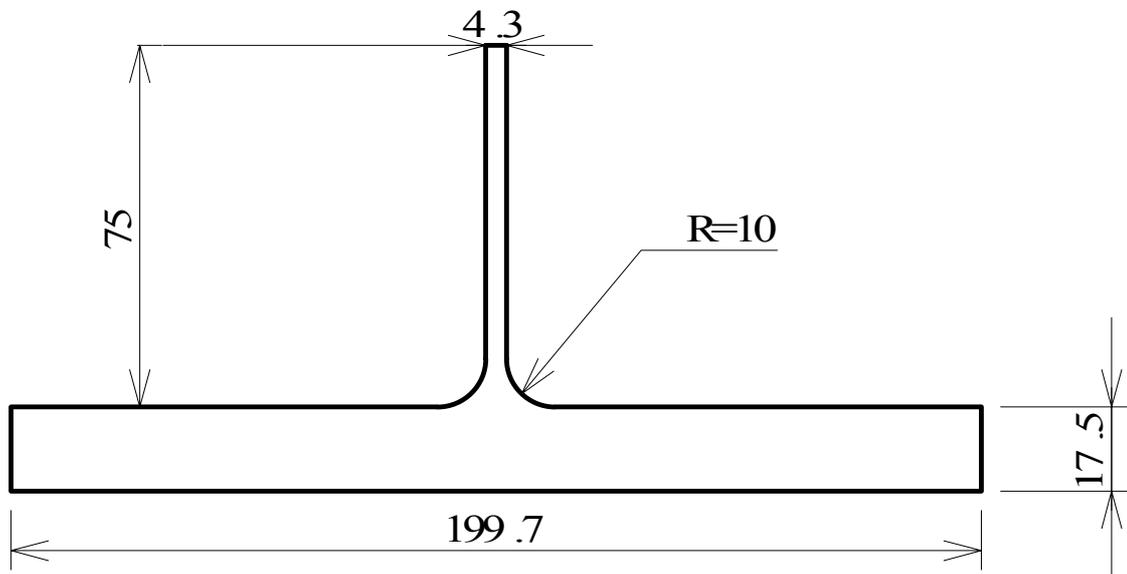


図 4.8 フランジに対する押出型材の断面形状

4.3 断面積の比較

突起無しアルミニウム合金桁の全断面積 A_0 は次の値となる.

$$A_0 = bT + 2B_f T_f = 750 \times 9.6 + 2 \times 167.7 \times 17.5 = 13069.5 \text{ mm}^2 \quad (4.14)$$

突起付きアルミニウム合金桁の全断面積 A は次の値となる.

$$\begin{aligned} A &= bt + 2b_f T_f + (s-1)b_r t_r \\ &= 750 \times 4.3 + 2 \times 199.7 \times 17.5 + (5-1) \times 44.1 \times 4.4 = 10990.66 \text{ mm}^2 \end{aligned} \quad (4.15)$$

突起無しアルミニウム合金桁に対する突起付きアルミニウム合金桁の断面積比は 0.84 となり、突起付きアルミニウム合金桁によって、16%の軽量化が可能である.

第5章 摩擦攪拌接合によって製作された

突起付きアルミニウム合金板に生じる初期たわみと残留応力

5.1 摩擦攪拌接合を用いた突起付きアルミニウム合金板の製作

第4章で設計した突起付きアルミニウム合金板の製作に用いる押出ダイスの断面形状を図5.1に示す。押出ダイスは、図4.7に示す押出型材の断面形状において、板の両端の幅9mmの板厚が、突起のない側に1.5mm厚くなっている。摩擦攪拌接合では、回転工具のショルダーを被接合体に押し付けるため、押し付けられた部分が減肉する。そこで、板の両端の板厚が厚い部分で摩擦攪拌接合を実施し、接合後に突出部分を削り取る。

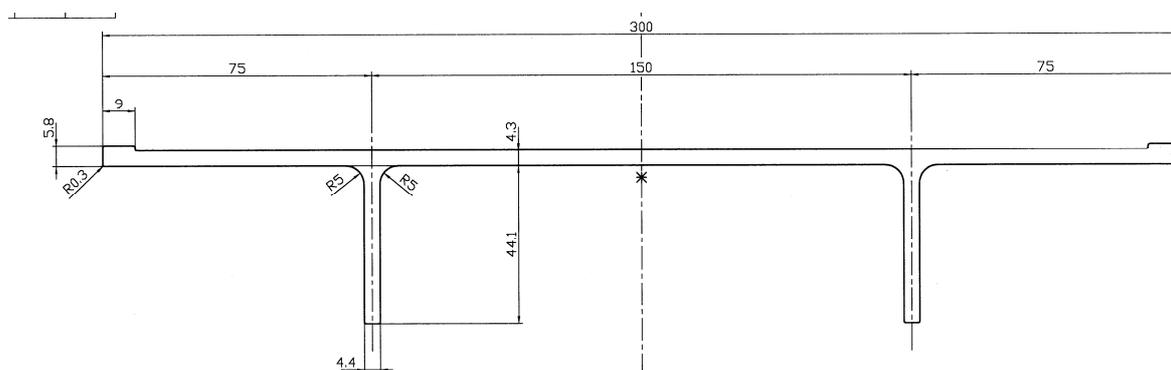


図 5.1 押出ダイスの断面形状

押出型材の材料は A6061S-T6 である。押出しの精度は、JIS H 4100¹⁸⁾に規定される特殊級の許容値に従った。押出しは、図 5.1 に示すように、突起を下に向けて行なわれた。長さが 2150mm の型材を 8 本用意した。ミルシートに記載される、型材の化学成分および機械的性質を表 5.1 に示す。化学成分および機械的性質は、ともに JIS H 4100¹⁸⁾の規格値を満たしている。

表 5.1 押出型材のミルシート記載値

(a) 化学成分

元素	Si (%)	Fe (%)	Cu (%)	Mn (%)	Mg (%)	Cr (%)	Zn (%)	Ti (%)
	0.66	0.19	0.37	0.02	1.0	0.10	0.01	0.02
規格値	0.40~0.8	0.7 以下	0.15~ 0.40	0.15 以下	0.8~1.2	0.04~ 0.35	0.25 以下	0.15 以下

(b) 機械的性質

	引張強さ (MPa)	0.2%耐力 (MPa)	伸び (%)
押出型材	317	290	16
規格値	265	245	8

図 5.2 に示す型材の曲がりの測定結果を表 5.2 に示す。JIS H 4100¹⁸⁾で規定される特殊級の許容値は、任意の箇所長さ 300mm に対して 0.5mm 以下、全長に対して $1.6L/1000$ 以下 (L は全長) である。後者の許容値は、 L に 2150mm を代入して、3.44mm である。表 5.2 より、各型材は許容値を満たしている。

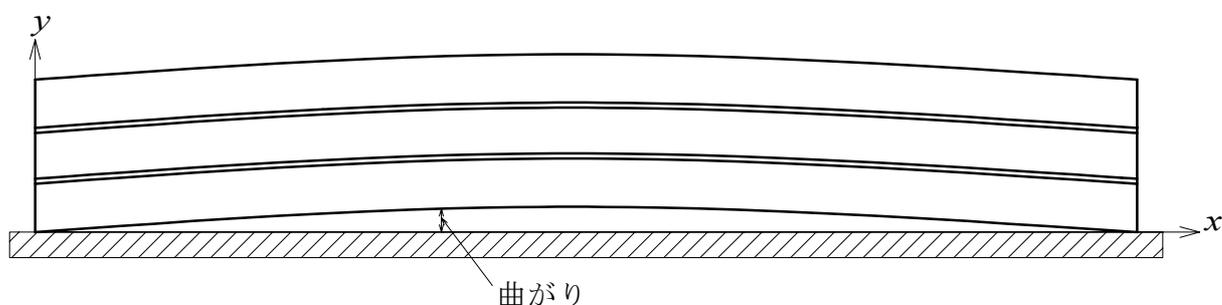


図 5.2 押出型材の曲がり

表 5.2 押出型材の曲がりの測定結果

図 5.2 の x 座標 (mm)		0	300	600	900	1200	1500	1800	2100
押出型材 (mm)	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0.2	0.3	0.5	0.4	0.2	0
	3	0.1	0	0	0	0	0	0.2	0.5
	4	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0.7	0.3	0	0	0	0.2	0.4	0.8
	8	0	0	0	0	0	0	0	0

任意の 6 本の押出型材に対して、図 5.3 に示すようにして計測された押出型材の幅中央のたわみを表 5.3 に示す。JIS H 4100¹⁸⁾で規定される特殊級の許容値は、全幅に対して $W/250$ 以下 (W は全幅) である。 W に 300 mm を代入して、たわみの許容値は 1.2mm 以下である。表 5.3 より、各型材は許容値を満たしている。

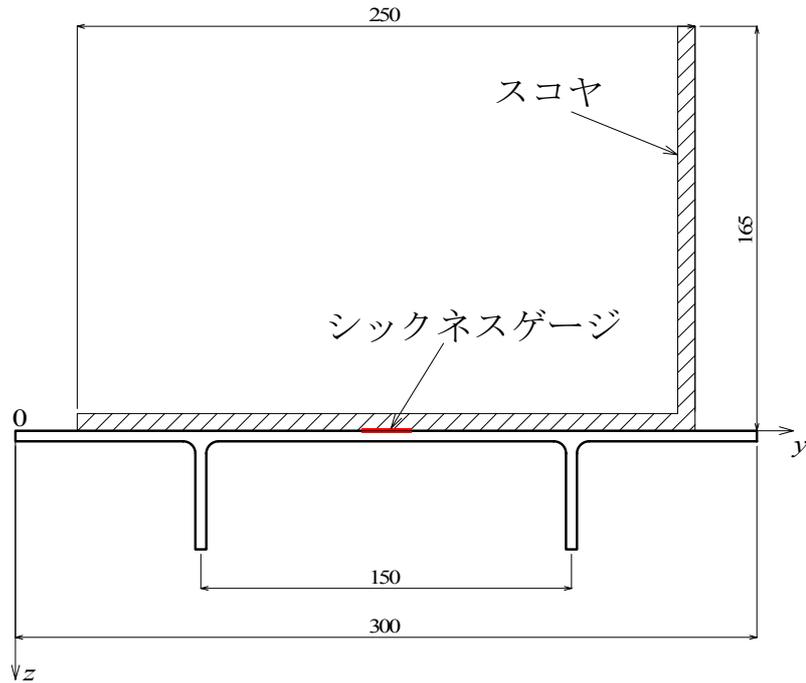


図 5.3 押出型材の幅中央のたわみ

表 5.3 押出型材の中央のたわみ

図 5.2 の x 座標 (mm)		0	300	600	900	1200	1500	1800	2100
押出型材 (mm)	1	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
	2	0.3	0.35	0.35	0.25	0.25	0.25	0.3	0.35
	3	0.3	0.35	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
	4	0.2	0.15	0.15	0.1	0.15	0.1	0.1	0.1
	5	0.2	0.2	0.25	0.25	0.25	0.3	0.3	0.3
	6	0.3	0.3	0.3	0.3	0.35	0.25	0.35	0.3

図-5.4 に示すように、2つの押出型材を突合せ、中央を摩擦攪拌接合した。押出型材の両縁が 430mm 間隔で拘束され、摩擦攪拌接合が実施される中央部分が裏当て金で支持されている。摩擦攪拌接合の接合条件を表 5.4 に示す。接合後、摩擦攪拌接合の始末端 75mm を切断して、長さ 2000mm の突起付きアルミニウム合金板とした。

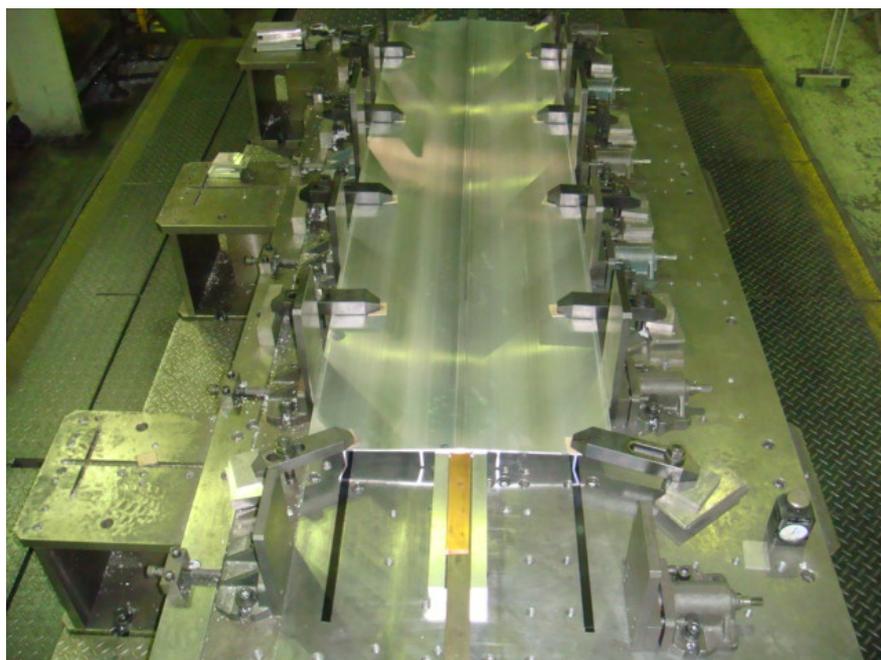


図 5.4 突起付きアルミニウム合金板の摩擦攪拌接合

表 5.4 摩擦攪拌接合の接合条件

ショルダー径 (mm)	プローブ外径 (mm)	プローブ内径 (mm)	回転工具の回転速度 (rpm)	回転工具の移動速度 (mm/min)
15	6	4	—	—

— : 非公開

5.2 初期たわみ

突起付きアルミニウム合金板の初期たわみの測定状況を図 5.5 に示す。突起を上に向けて、板を定尺盤に置き、変位計でたわみを測定した。図 5.1 に示したように、押出型材の板の両端の幅 9mm の板厚が、突起のない側に 1.5mm 厚くなっている。摩擦攪拌接合が実施されなかった縁の突出部分はそのまま残されたので、突起付きアルミニウム合金板は、板の両縁の幅 9mm で、定尺盤で支持され、定尺盤の表面から浮いていた。図 5.6 を参照して、測定位置は、端部から x 軸方向に 100mm 間隔であり、y 軸方向に 5, 85, 139, 204, 275, 325, 396, 461, 515, 595mm である。ただし、両端の測定位置は、端から 5mm 内側である。突起付きアルミニウム合金板の突起側表面の、定尺盤の表面からの高さを等高線表示で図 5.7 に示す。

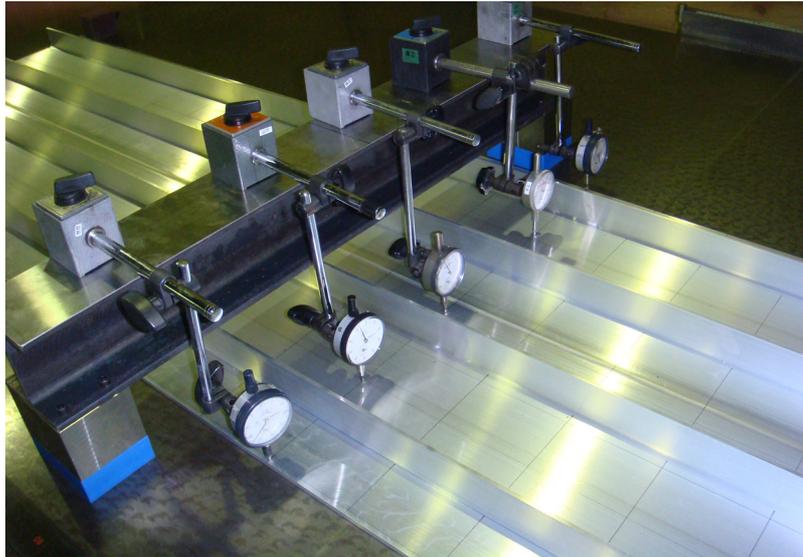


図 5.5 初期たわみの測定状況

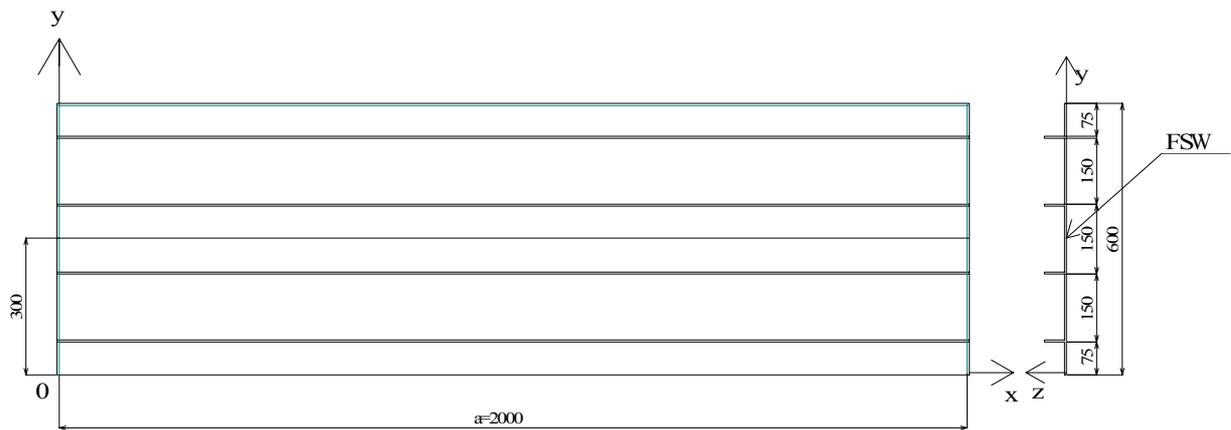


図 5.6 突起付きアルミニウム合金板に対する座標系

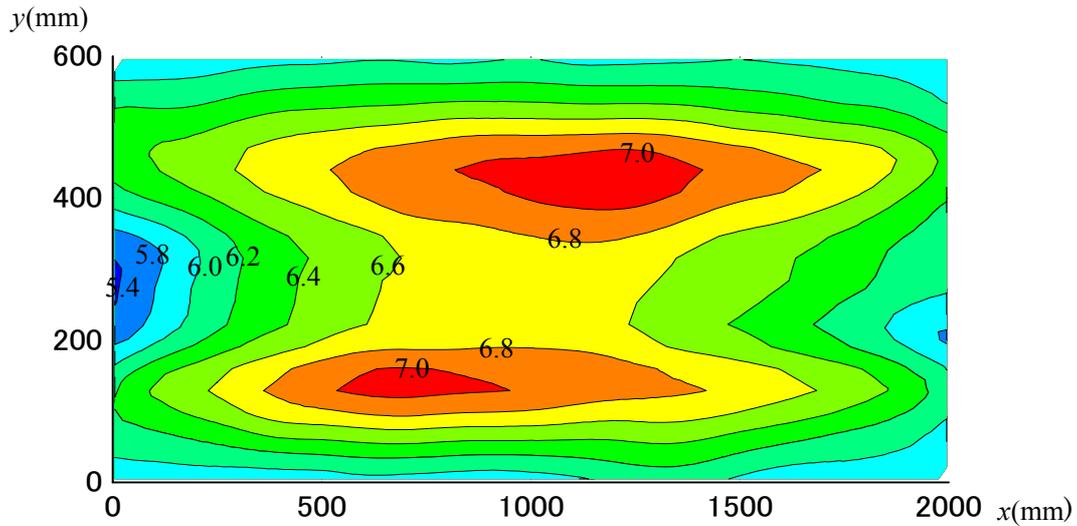


図 5.7 定尺盤の表面からの高さ

アルミニウム合金板の突起側表面の $y=0$ と 600 の上下縁を通る平面を基準面とした場合の高さ v (単位 mm) が、定尺盤の表面からの高さから、押出型材の板の両端の突出部の厚さ 5.8mm を引いて次式で算出される。

$$v = u - 5.8 \quad (5.1)$$

ここに、 u : 定尺盤からの高さ (単位 mm)

突起付きアルミニウム合金板の初期たわみは、式(5.1)が与える定尺盤の表面からの高さに、アルミニウム合金板の自重によるたわみを加えることによって得られる。突起付きアルミニウム合金板の自重によるたわみは、突起の重量を集中荷重、板の重量を分布荷重として、構造力学の公式を適用して求められる。

一つの突起の単位長さ当たりの重量 P は次のように算出される。

$$P = \rho g b_2 t_2 = 2700 \times 9.8 \times 0.0441 \times 0.0044 = 5.13 \text{ N} \quad (5.2)$$

ここに、 ρ : アルミニウム合金の密度 (2700kg/m^3)

g : 重力加速度 (9.8m/s^2)

板の単位長さ当たりで、板幅当たりの分布荷重 q は次のように算出される。

$$q = \rho g t = 2700 \times 9.8 \times 0.0043 = 113.78 \text{ N/m} \quad (5.3)$$

突起付きアルミニウム合金板の自重によるたわみ δ は次式で与えられる。

$$\delta = \begin{cases} \frac{qb^4}{24EI} \left(\frac{y}{b} - 2\frac{y^3}{b^3} + \frac{y^4}{b^4} \right) + \frac{Py}{6EI} (12db - 30d^2 - 2y^2) & (0 \leq y \leq d) \\ \frac{qb^4}{24EI} \left(\frac{y}{b} - 2\frac{y^3}{b^3} + \frac{y^4}{b^4} \right) + \frac{P}{6EI} \{ -d^3 + (12b - 27d)dy - 3dy^2 - y^3 \} & (d \leq y \leq 3d) \\ \frac{qb^4}{24EI} \left(\frac{y}{b} - 2\frac{y^3}{b^3} + \frac{y^4}{b^4} \right) + \frac{2Pd}{3EI} (-7d^2 + 3by - 3y^2) & (3d \leq y \leq 4d) \end{cases} \quad (5.4)$$

ここに、 E ：アルミニウム合金のヤング率 (70GPa)

I ：板の単位幅当たりの断面二次モーメント ($6.62558 \times 10^{-9} \text{m}^4$)

b ：アルミニウム合金板の幅 (0.6m)

d ：突起の位置を表す量 (0.075m)

式(5.4)の適用範囲は $0 \leq y \leq 4d$ であり、突起付きアルミニウム合金板の自重によるたわみは、 $y = 4d$ の位置で上下対称である。突起付きアルミニウム合金板の中央($y = 4d = 0.3 \text{m}$)の自重によるたわみは 0.542mm である。

式(5.1)と(5.4)より、突起付きアルミニウム合金板の初期たわみ w_0 が次式で与えられる。

$$w_0 = v + \delta \quad (5.5)$$

突起付きアルミニウム合金板の初期たわみを等高線表示で図 5.8 に示す。初期たわみの最大値は、 $x=1200$ 、 $y=396$ の位置で 1.74mm である。

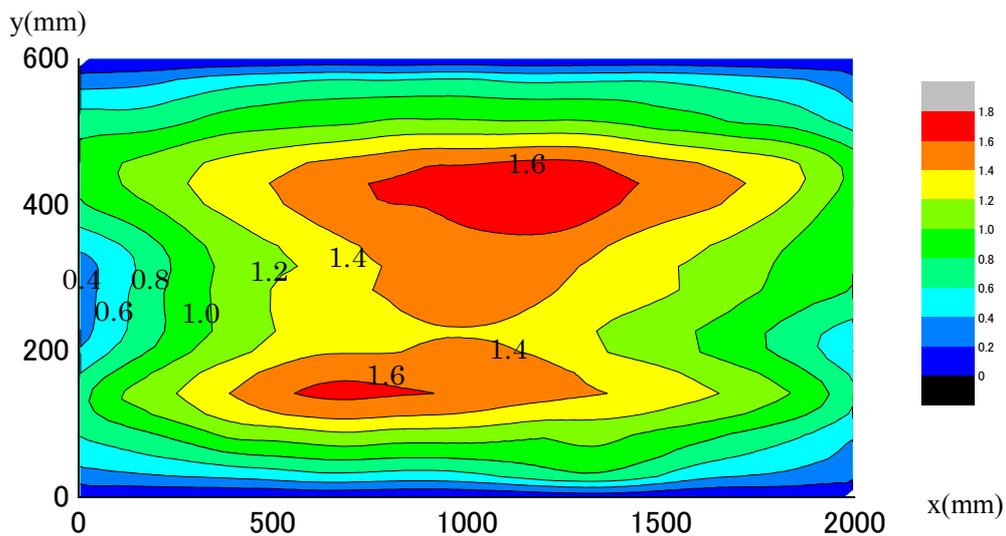


図 5.8 突起付きアルミニウム合金板の初期たわみ

$y=396$ の位置における板の長さ方向の初期たわみ分布を図 5.9 に示す。長さ方向の初期たわみは、中央に向かって膨らむような形状をしている。板の両端を結んだ線をゲージ長とする初期たわみの最大値は 0.91mm であり、板の長さ $a = 2000 \text{mm}$ に対して $a/2198$ である。

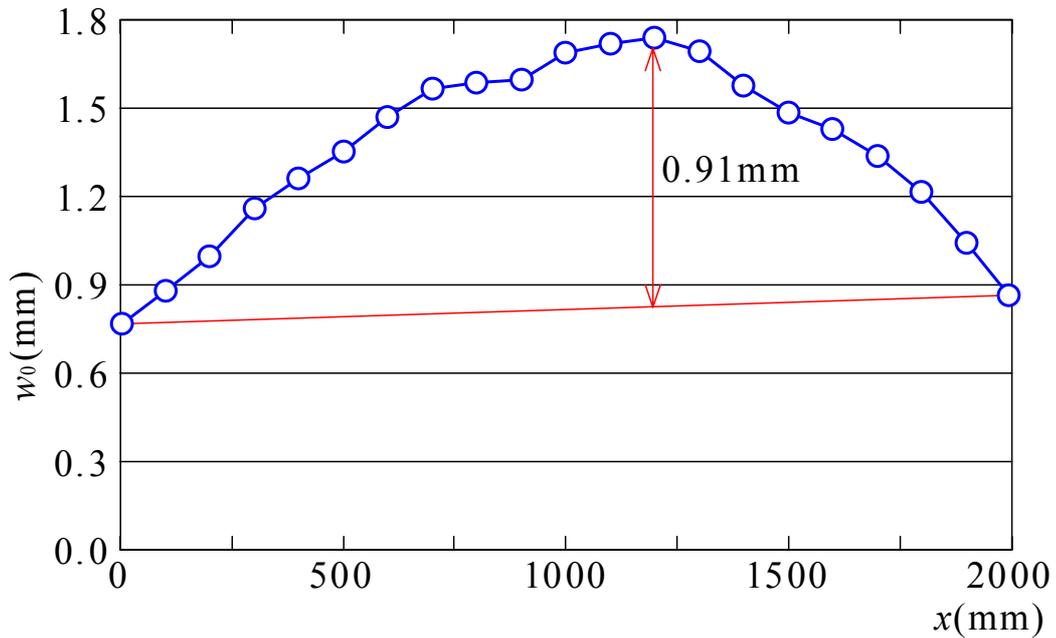


図 5.9 $y=396$ の位置の初期たわみ分布

$x=1200$ の位置における板の幅方向の初期たわみ分布を図 5.10 に示す。図中の破線は突起の位置、 $y=300$ の実線は接合線の位置を示す。板の幅方向の初期たわみは、山が二つ並ぶような形状をしている。隣接する突起を結んだ直線をゲージ長とする突起間の初期たわみの最大値は、接合線を含まない突起間で 0.49mm であり、突起間隔 $b_1=150$ に対して $b_1/306$ である。他方、接合線を含む突起間では、突起のない側に最大 0.20mm の初期たわみが生じており、これは、突起間隔 $b_1=150$ に対して $b_1/750$ である。これらは、道路橋示方書⁹⁾において補剛板に対して規定されている部材精度の許容値 $b_1/150$ を満たしている。

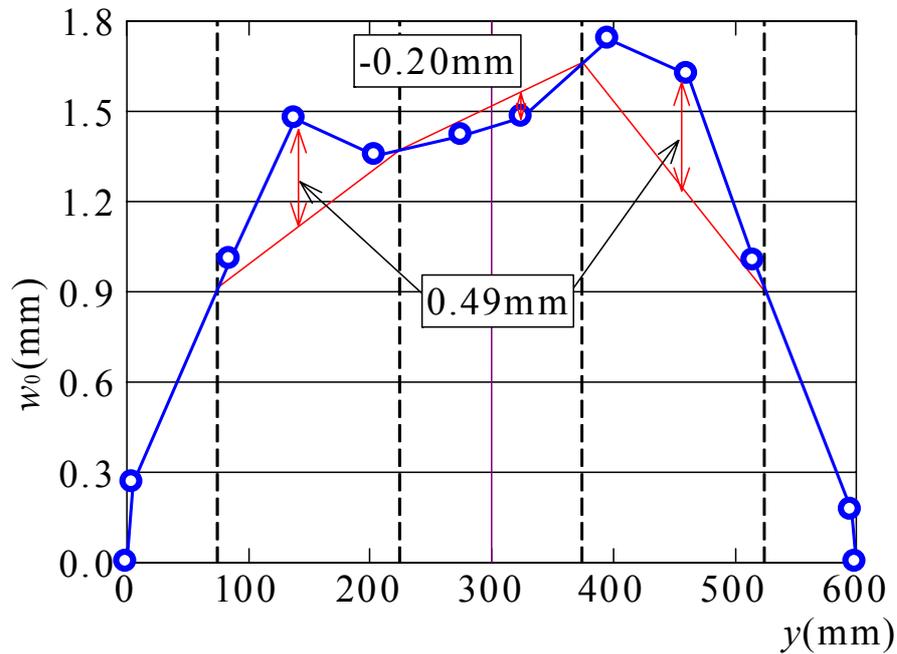


図 5.10 $x=1200$ の位置の初期たわみ分布

5.3 摩擦攪拌接合部の機械的性質

突起付きアルミニウム合金板の引張試験を実施した。初期たわみの計測が実施された突起付きアルミニウム合金板に対して、図 5.11 に示すように、板の上半分から、JIS14B 号¹⁹⁾の引張試験片を母材と摩擦攪拌接合部に対して各 3 本切出した。試験片を切出す方向は、母材に対して、押出方向であり、摩擦攪拌接合部に対して、接合線に対して直角方向である。引張試験の結果を表 5.5 に示す。表の値は 3 本の試験片の平均値である。

表 5.5 引張試験の結果

	引張強さ (MPa)	0.2%耐力 (MPa)	伸び (%)	ポアソン比	ヤング係数 (GPa)
母材	309.6	279.8	14	0.34	65.6
摩擦攪拌接合部	230.5	146.9	—	0.35	71.1

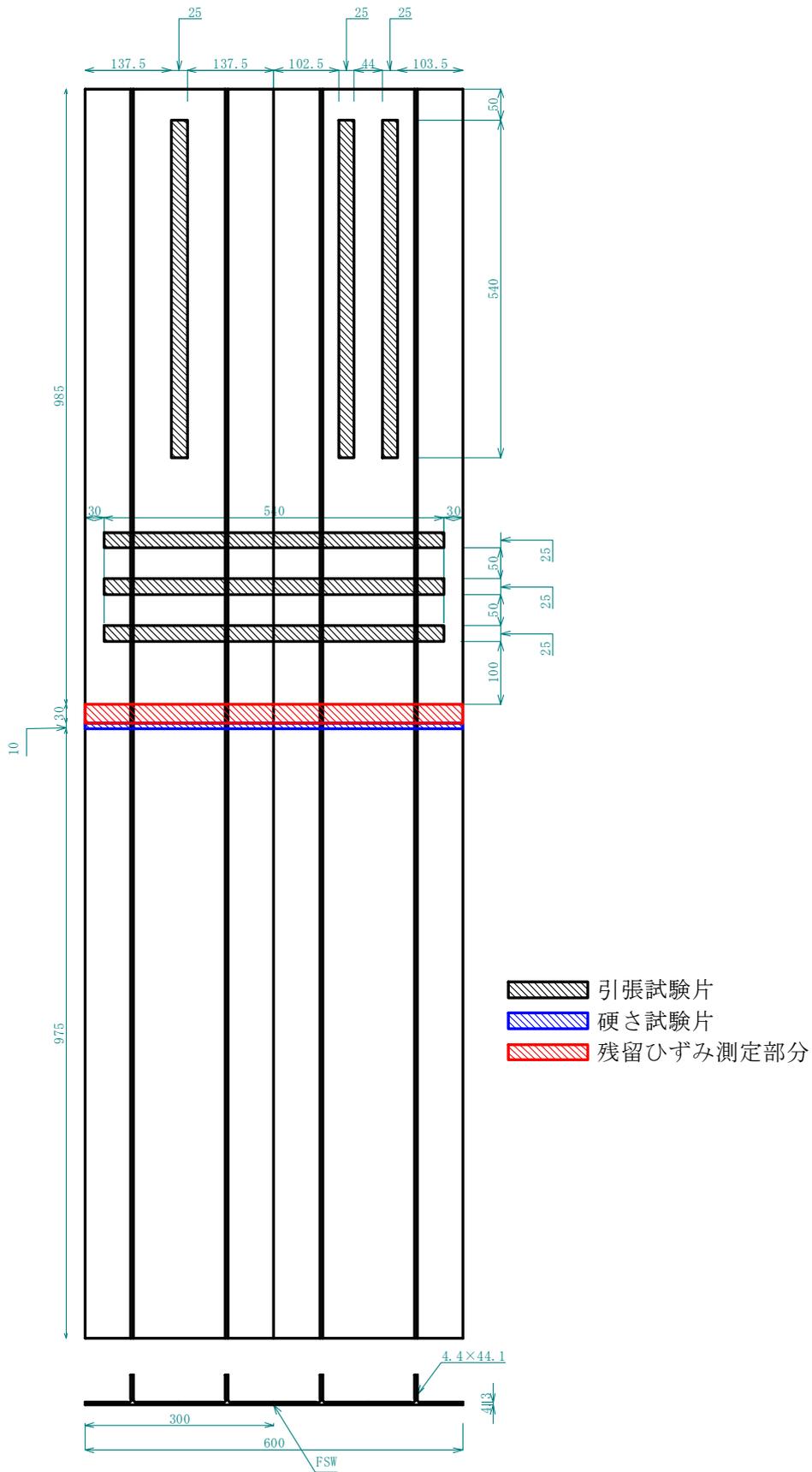


図 5.11 切断位置

摩擦攪拌接合部の熱影響範囲を明らかにするために、接合部のビッカース硬さを測定した。図 5.11 に示す青色の斜線の 10mm 幅の部分で、接合線に直角な断面において、板厚中央の位置を 1mm 間隔でビッカース硬さを測定した。接合部のビッカース硬さの測定結果を図 5.12 に示す。y=300 の接合中心の各側 14mm の範囲の硬さが低下しており、摩擦攪拌接合部の熱影響範囲は、接合中心から各側 14mm である。

既往の研究¹⁴⁾では、本研究で使用されたアルミニウム合金と同じ A6061-T6 の板厚 10mm の摩擦攪拌接合の熱影響範囲が接合中心から各 20mm であった。本研究の熱影響範囲が既往のものより狭かったのは、本研究の突起付きアルミニウム合金板の板厚は 4.3mm で、既往の研究のものに比べて薄く、接合時の入熱量が少なかったためであると考えられる。

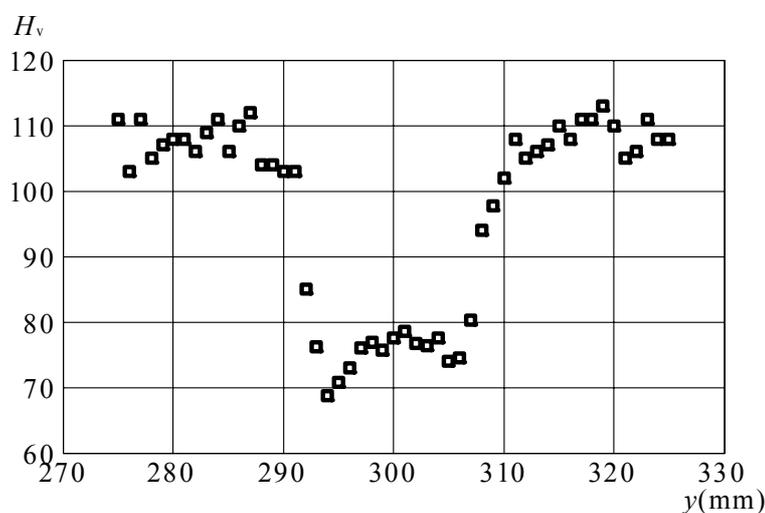


図 5.12 摩擦攪拌接合部のビッカース硬さ

5.4 残留応力

残留応力は、板を切断することによって開放されるひずみをひずみゲージによって測定することによって得られる。図 5.11 に示す突起付きアルミニウム合金板の中央の 30mm 幅（赤色の斜線部分）の中央に、図 5.13 に示す位置にひずみゲージを貼付した。ひずみゲージは板の両面、および突起の両面に対称に貼付されている。使用したひずみゲージは、ゲージ長が 1mm の 2 軸ゲージである。ひずみゲージの貼付状況を図 5.14 に示す。図 5.11 の突起付きアルミニウム合金板の中央の 30mm 幅の部分で切断した後、図 5.13 に示す切断線の位置で、ひずみゲージとひずみゲージの間を切断した。ひずみゲージの中心から約 10mm 離れた位置に熱電対を設置し、切断時の温度を測定した。図 5.13 において赤丸で囲んだ部分の切断時の温度が 126℃であった以外、他の部分の切断時の温度は 20℃～60℃であった。ひずみゲージを貼付し、切断を開始する前に測定した突起付きアルミニウム合金板の温度は 12.5℃であり、切断後残留ひずみを測定した時の切断片の温度は 11.5℃であった。

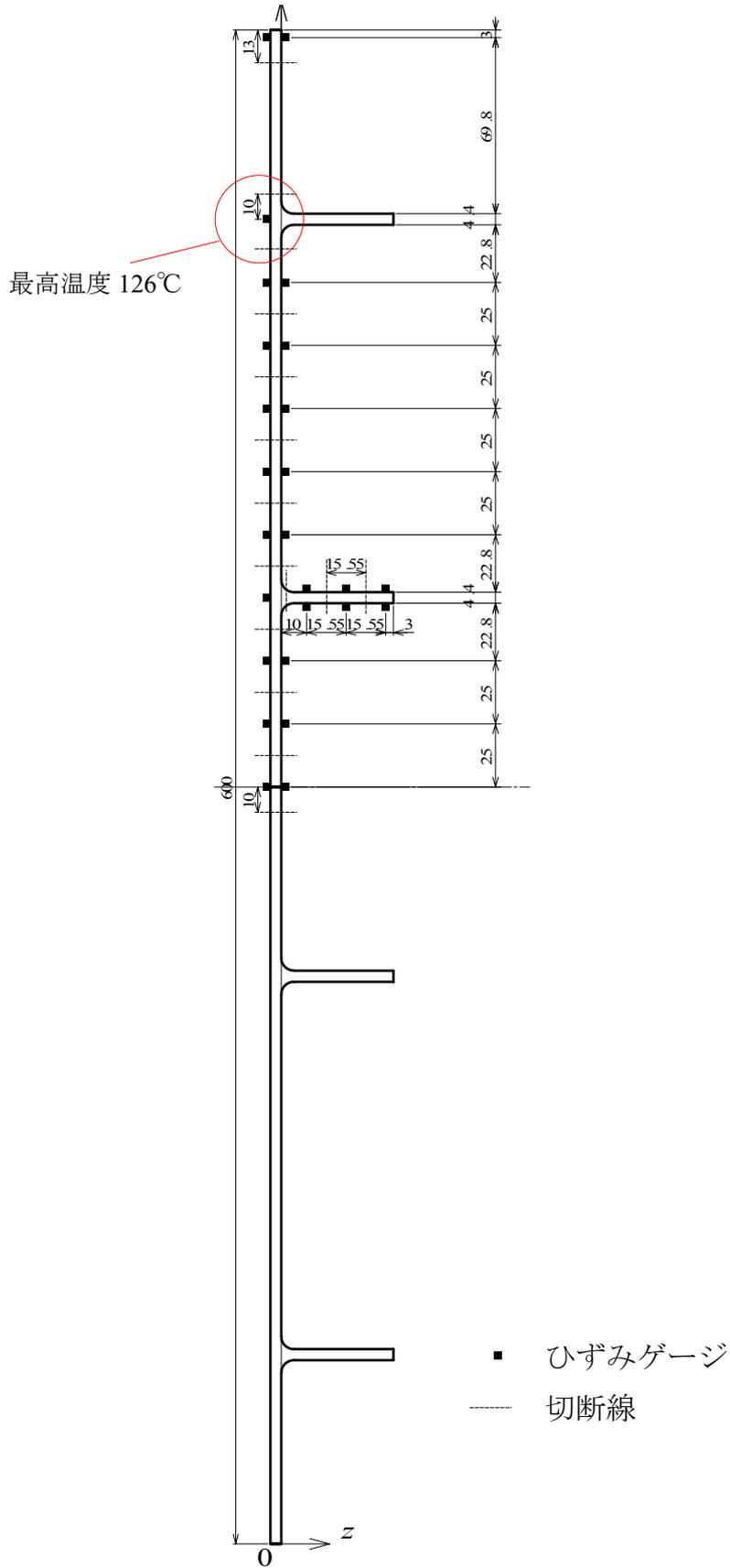


図 5.13 ひずみゲージ貼付位置

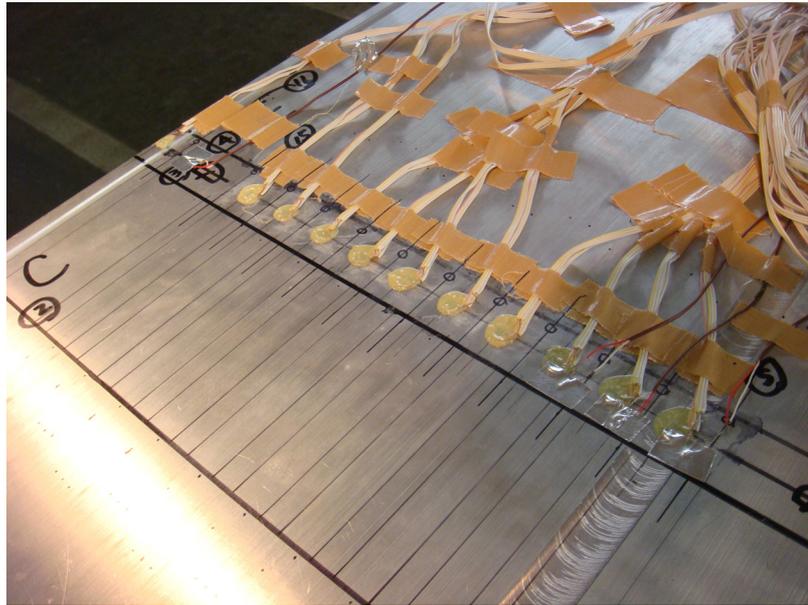


図 5.14 ひずみゲージの貼付状況

次式によって、測定された残留ひずみから残留応力が得られる。

$$\sigma_{xr} = -\frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x - \mu\varepsilon_y) \quad (5.6)$$

$$\sigma_{yr} = -\frac{E}{1-\mu^2}(\mu\varepsilon_x - \varepsilon_y) \quad (5.7)$$

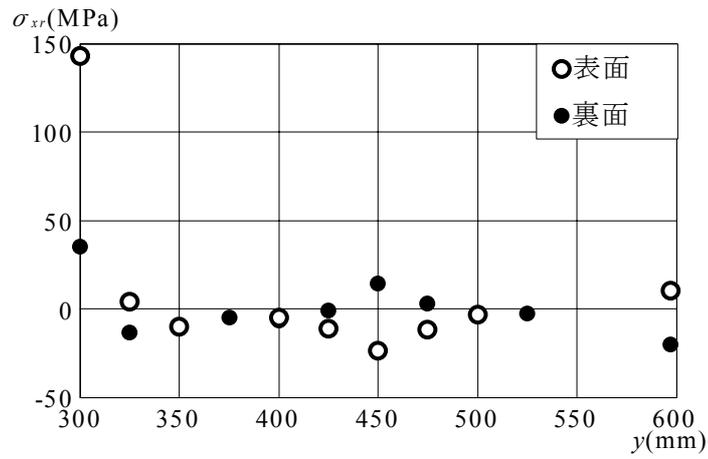
ここに、 σ_{xr} 、 σ_{yr} ：それぞれ、接合線方向および接合線直角方向の残留応力

ε_x 、 ε_y ：それぞれ、接合線方向および接合線直角方向の残留ひずみ

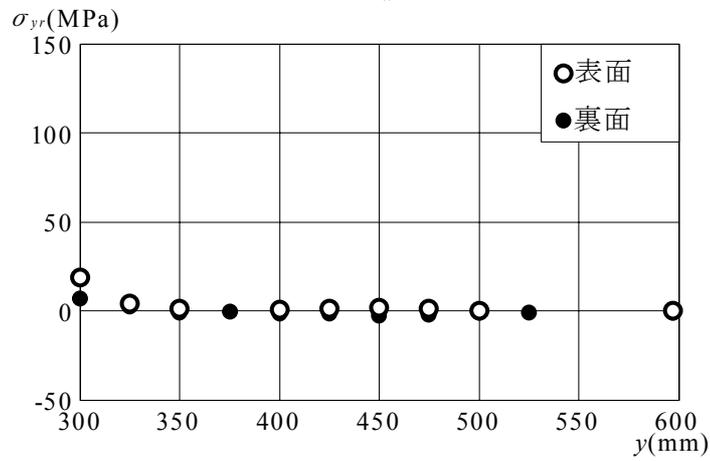
ヤング係数 E とポアソン比 μ に対して、表 5.5 に示す摩擦攪拌接合部の値を用いた。

突起付きアルミニウム合金板の残留応力を図 5.15 に示す。“表面”は突起が付いている側の板の表面，“裏面”は突起が付いていない側の表面を示す。 σ_{xr} は、接合中心で大きな引張応力が生じ、接合中心から離れると急激に小さくなる。 σ_{yr} は、接合中心で小さな引張応力が生じているが、これを除くとほぼゼロである。

突起部分の残留応力を図 5.16 に示す。“内面”は接合線に向いている側の突起の表面，“外面”は板の縁に向いている側の突起の表面を示す。突起には残留応力が生じていない。

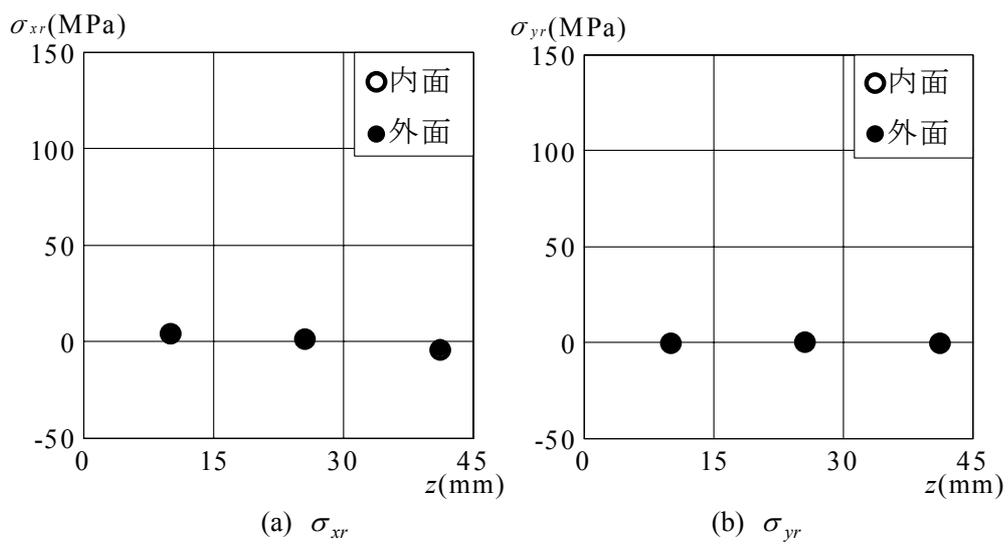


(a) σ_{xr}



(b) σ_{yr}

図 5.15 突起付きアルミニウム合金板に生じる残留応力



(a) σ_{xr}

(b) σ_{yr}

図 5.16 突起に生じる残留応力

図 5.15(a) の σ_{xr} に関して，表面と裏面の平均値を図 5.17 に示す．同図には，既往の研究¹⁴⁾で提案された，次式で与えられる矩形分布の残留応力も描いてある．

$$\sigma_{xr} = \sigma_{j0.2} \quad \left(\frac{b}{2} - 25\text{mm} \leq y \leq \frac{b}{2} + 25\text{mm} \right) \quad (5.8)$$

$$\sigma_{xr} = -\frac{25\sigma_{j0.2}}{\frac{b}{2} - 25} \quad \left(0 \leq y \leq \frac{b}{2} - 25\text{mm} , \frac{b}{2} + 25\text{mm} \leq y \leq b \right) \quad (5.9)$$

ここに， b ：板幅（600mm）

$\sigma_{j0.2}$ ：摩擦攪拌接合部の 0.2%耐力（表 5.5 の摩擦攪拌接合部の 0.2%耐力 146.9MPa）

矩形分布の残留応力は，測定値より大きな値を与えている．

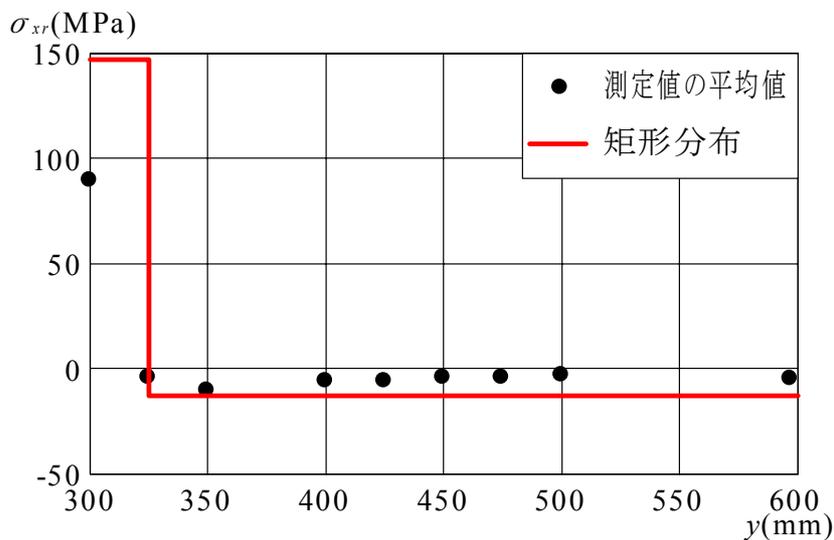


図 5.17 測定値と矩形分布の比較

5.5 初期たわみと残留応力が耐荷力に与える影響

突起付きアルミニウム合金板が純曲げを受ける場合に対して、汎用有限要素解析プログラム MARC¹⁵⁾による弾塑性有限変位解析を行い、残留応力が耐荷力に与える影響を調べた。要素分割を図 5.18 に示す。使用した有限要素、境界条件および載荷方法は 3.2 節と同じである。

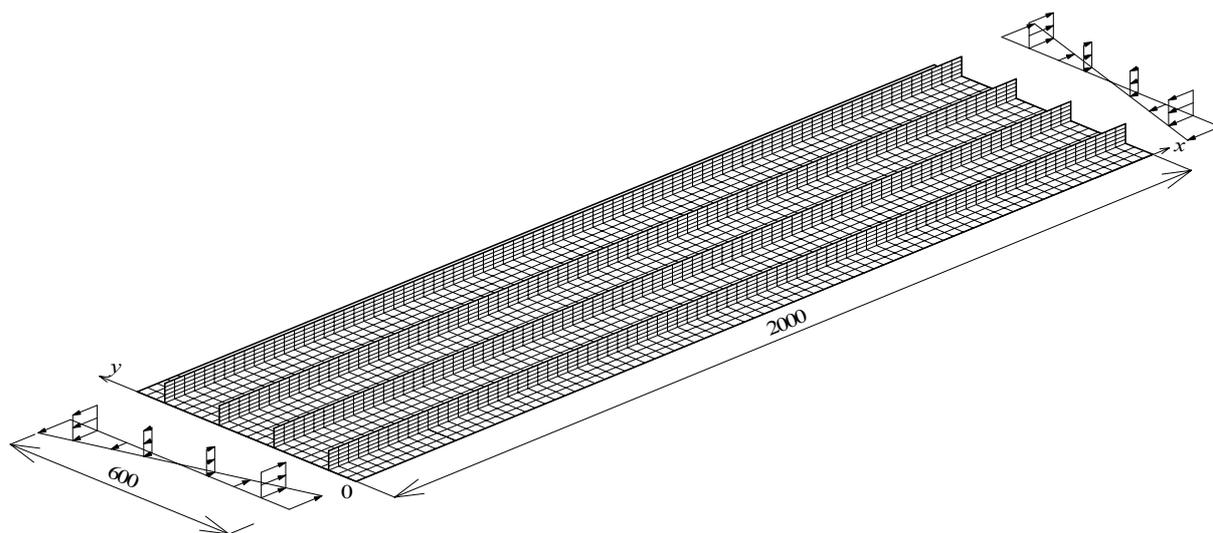


図 5.18 要素分割

突起付きアルミニウム合金板の母材の応力-ひずみ関係は式(3.4)と(3.5)で与えられ、母材の 0.2% 耐力 $\sigma_{0.2}$ に対して表 5.5 の 279.8MPa を用いた。板幅中央の幅 50mm の熱影響範囲の応力-ひずみ関係に対して次式を用いた¹⁴⁾。

$$\sigma \leq \sigma_{j0.2} \text{ に対して, } \varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{j0.2}} \right)^{5.3} \quad (5.10)$$

$$\sigma > \sigma_{j0.2} \text{ に対して, } \sigma = \sigma_{j0.2} \quad (5.11)$$

ここで、摩擦攪拌接合部の 0.2% 耐力 $\sigma_{j0.2}$ に対して表 5.5 の 146.9MPa を用いた。

初期たわみに対して測定値を用いた。残留応力に対して、式(5.8)と(5.9)で与えられる残留応力を考慮する場合と残留応力を考慮しない場合について計算を行なった。解析結果は、母材の 0.2% 耐力 $\sigma_{0.2}$ に対する終局強度が、両者とも 1.21 であり、残留応力は耐荷力に影響しなかった。これは、圧縮の残留応力の大きさが母材の 0.2% 耐力 $\sigma_{0.2}$ に対して約 5% と小さいためであると考えられる。

第 6 章 結論

本研究では、長方形板に、水平方向に等間隔で突起を配置することにより、座屈強度を保持して薄肉化する方法を与えた。そして、この方法によって決定された断面形状を持つ長方形板の耐荷力を調べた。さらに、摩擦攪拌接合によって押出型材を突合せ接合することによって突起付きアルミニウム合金板を製作し、その初期たわみと残留応力を測定し、それらの特徴を明らかにした。本研究で得られた主な結論は次の通りである。

- (1) 突起無し長方形板の座屈強度を保持する突起付き長方形板の、突起の断面積を含めた全断面積が、突起無し長方形板の断面積より小さくなる幅厚比が存在する。
- (2) 突起付き長方形板が全体変形する場合、幅厚比の増加に伴って耐荷力は上昇するが、さらに幅厚比が増加して、突起で区切られた板要素が局部変形するようになると、耐荷力は低下に転じる。突起付き長方形板が全体座屈を起こす幅厚比の上限値 β_s 以下の幅厚比を持つ突起付き長方形板の耐荷力は、突起無し長方形板の耐荷力より大きい。したがって、 β_s 以下の幅厚比を持つ突起付き長方形板の耐荷力は、突起無し長方形板の耐荷力で安全側に評価できる。
- (3) 摩擦攪拌接合によって押出型材を突合せ接合することによって製作された突起付きアルミニウム合金板に発生する初期たわみに関して、突起間をゲージ長とする初期たわみは、道路橋示方書⁹⁾において補剛板に対して規定されている部材精度の許容値を満たしている。
- (4) 摩擦攪拌接合によって押出型材を突合せ接合することによって製作された突起付きアルミニウム合金板に生じる残留応力に関して、接合線方向の残留応力は、引張残留応力および圧縮残留応力ともに既往の研究¹⁴⁾で提案された矩形分布が与える値より小さい。接合線に対して直角方向の残留応力はほぼゼロである。突起には残留応力が生じない。
- (5) 突起付きアルミニウム合金板が純曲げを受ける場合、残留応力は耐荷力に影響しない。

参考文献

- 1) 大倉一郎, 萩澤亘保, 岩田節雄, 北村幸嗣: アルミニウム橋実現のための技術開発, 軽金属, 第 54 巻, 第 9 号, pp.380-387, 2004.
- 2) 塚本健三, 末廣本治, 中林章, 大隅心平: アルミニウム合金製橋梁—JR 川棚駅前広場自由通路橋, 橋梁&都市 PROJECT, 第 38 巻, 第 6 号, pp.4-8, 2002.
- 3) 島貫繁吉, 山口進吾: 資源循環型床版の施工—リサイクル材を利用したアルミニウム合金製床版, 橋梁&都市 PROJECT, 第 37 巻, 第 11 号, pp.5-11, 2001.
- 4) 山田雅義, 武本頼和: アルミ床板による新加古川大橋拡幅について, 大阪大学, 阪大フロンティア研究機構, 第 1 回アルミニウム合金構造物実現のためのシンポジウム, pp.26-27, 2004.
- 5) 大倉一郎, 岡田理, 萩澤亘保, 大澤章吾: 開閉断面のアルミニウム床版の開発, 構造工学論文集, Vol. 51A, pp.1219-1227, 2005.
- 6) 大倉一郎, 石川敏之, 筒井将仁, 大澤章吾: トラックタイヤの接地形状がアルミニウム床版の板曲げ応力に与える影響, 土木学会論文集 A, Vol. 63, No. 4, pp.655-666, 2007.
- 7) 大倉一郎, 萩澤亘保, 花崎昌幸: アルミニウム構造学入門, 東洋書店, 2006.
- 8) 萩澤亘保, 大倉一郎: アルミニウム合金 A6005C-T5 の母材と摩擦攪拌接合部の疲労強度に応力比が与える影響, 土木学会論文集 A, Vol. 65, No. 1, pp.117-122, 2009.
- 9) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 I 共通編 II 鋼橋編, 2002.
- 10) 日本道路協会: 立体横断施設技術基準・同解説, 1979.
- 11) 日本アルミニウム協会(旧軽金属協会): アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針案(第 1 次改訂試案), 1998.
- 12) 大倉一郎, 北村幸嗣, 赤碕圭輔, 卯瀧高久, ビッグ・ラズロ・ゲルゲリ, 三河克己: 新しいアルミニウム合金製補剛桁の提案, 構造工学論文集, Vol.51A, pp.203-210, 2005.
- 13) 大倉一郎: 鋼構造設計学の基礎, 東洋書店, 2004.
- 14) 大倉一郎, 長尾隆史, 石川敏之, 萩澤亘保, 大隈心平: 構造用アルミニウム合金の応力—ひずみ関係および接合によって発生する残留応力の定式化, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.789-805, 2008.
- 15) 日本マーク: MARC, K6, 2005.
- 16) Column Research Committee of Japan: Handbook of Structural Stability, Corona Publishing Company, Ltd., Tokyo, p. 3.26, 1971.
- 17) Eurocode 9: Design of Aluminum Structures – Part 1-1: General rules – General rules and rules for building, 1999.
- 18) 日本工業規格: JIS H 4100, アルミニウム及びアルミニウム合金の押出形材, 2006.
- 19) 日本工業規格: JIS Z 2201, 金属材料引張試験片, 1998.

付録 A 突起付き長方形板の座屈係数

A.1 圧縮と曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数

図 A.1 に示すように、4 辺単純支持された $a \times b$ の突起付き長方形板が x 軸方向に圧縮応力と曲げ応力を受けている場合に対して、その座屈係数の近似値を、エネルギー法を適用して求める。

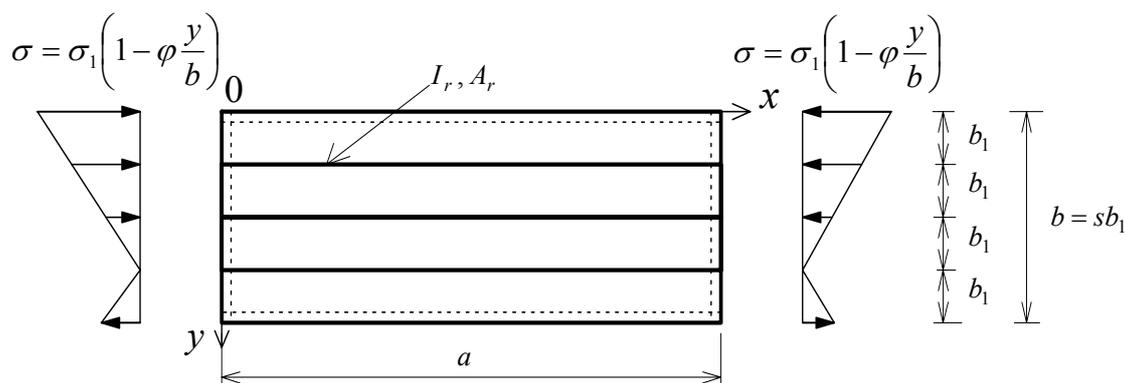


図 A.1 突起付き長方形板

突起付き長方形板の座屈後の面外たわみ w を次式で仮定する。

$$w = \sin \frac{m\pi x}{a} \left(A_1 \sin \frac{\pi y}{b} + A_2 \sin \frac{2\pi y}{b} \right) \quad (\text{A.1})$$

ここに、 A_1, A_2 : 係数

m : 自然数 (=1,2,3,...)

a : 長方形板の長さ

長方形板の座屈変形によるひずみエネルギー U_p は次式で与えられる。

$$U_p = \frac{D}{2} \int_0^b \int_0^a \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\mu) \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \right] dx dy \quad (\text{A.2})$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \quad (\text{A.3})$$

ここに、 D : 板の単位幅当たりの曲げ剛性

E : 板のヤング率

μ : 板のポアソン比

式(A.1)を式(A.2)に代入し、積分して次式を得る。

$$U_p = \frac{D\pi^4 ab}{8} \left\{ A_1^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 + A_2^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{4}{b^2} \right)^2 \right\} \quad (\text{A.4})$$

$y = ib_1$ ($i=1,2,\dots,s-1$)に取り付けられた突起の座屈変形によるひずみエネルギー U_r は次式で与えられる.

$$U_r = \frac{EI_r}{2} \sum_{i=1}^{s-1} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2_{y=ib_1} dx \quad (\text{A.5})$$

ここに、 I_r ：突起の断面二次モーメント

s ：突起で区切られた板要素の総数

b_1 ：突起で区切られた板要素の幅 ($=b/s$)

式(A.1)を式(A.5)に代入し、積分して次式を得る.

$$U_r = \frac{EI_r m^4 \pi^4 s}{8a^3} (A_1^2 + fA_2^2) \quad (\text{A.6})$$

ここに、 $f = \begin{cases} 0 & s=2 \text{ のとき} \\ 1 & s \neq 2 \text{ のとき} \end{cases}$

板に作用する圧縮応力と曲げ応力 σ によって、座屈中になされる仕事 T_p は次式で与えられる.

$$T_p = \frac{t}{2} \int_0^b \int_0^a \sigma \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy = \frac{t}{2} \int_0^b \int_0^a \sigma_1 \left(1 - \varphi \frac{y}{b} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy \quad (\text{A.7})$$

ここに、 $\sigma = \sigma_1 \left(1 - \varphi \frac{y}{b} \right)$

$\varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1}$ ：板の上下縁の応力比であり、圧縮を受けるとき 0、曲げを受けるとき 2

σ_1 ：板の上縁に生じる応力

σ_2 ：板の下縁に生じる応力

式(A.1)を式(A.7)に代入し、積分して次式を得る.

$$T_p = \frac{\sigma_1 t m^2 \pi^2 b}{8a} \left\{ \left(1 - \frac{\varphi}{2} \right) (A_1^2 + A_2^2) + \varphi \left(\frac{32}{9\pi^2} A_1 A_2 \right) \right\} \quad (\text{A.8})$$

$y = ib_1$ ($i=1,2,\dots,s-1$)に取り付けられた突起に作用する圧縮応力と曲げ応力 σ によって、座屈中になされる仕事 T_r は次式で与えられる.

$$T_r = \frac{A_r}{2} \sum_{i=1}^{s-1} \int_0^a \left\{ \sigma \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\}_{y=ib_1} dx = \frac{A_r \sigma_1}{2} \sum_{i=1}^{s-1} \int_0^a \left\{ \left(1 - \varphi \frac{y}{b} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\}_{y=ib_1} dx \quad (\text{A.9})$$

ここに、 A_r ：突起の断面積

式(A.1)を式(A.9)に代入し、積分して次式を得る.

$$T_r = \frac{A_r \sigma_1 m^2 \pi^2 s}{8a} \left\{ \left(1 - \frac{\varphi}{2}\right) (A_1^2 + fA_2^2) + f\varphi u A_1 A_2 \right\} \quad (\text{A.10})$$

ここに,
$$u = \frac{1}{s^2} \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{2s}} - \frac{1}{\sin^2 \frac{3\pi}{2s}} \right)$$

座屈による全ポテンシャルエネルギーの変化量 Π は 0 であるから,

$$\Pi = U_p + U_r - T_p - T_r = 0 \quad (\text{A.11})$$

式(A.4), (A.6), (A.8)および(A.10)を式(A.11)に代入して次式を得る.

$$\begin{aligned} & A_1^2 \left\{ \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 + m^2 \frac{b^2}{a^2} s\gamma \right\} + A_2^2 \left\{ \left(\frac{mb}{a} + \frac{4a}{mb} \right)^2 + fm^2 \frac{b^2}{a^2} s\gamma \right\} \\ & - k \left[\left(1 - \frac{\varphi}{2}\right) (1 + s\delta) A_1^2 + (1 + fs\delta) A_2^2 \right] + \varphi \left\{ \frac{32}{9\pi^2} (1 + fs\delta v) A_1 A_2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$k = \frac{\sigma_1}{\sigma_e} \quad (\text{A.13})$$

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)} \frac{1}{\beta^2} \quad (\text{A.14})$$

$$\gamma = \frac{EI_r}{Db} \quad (\text{A.15})$$

$$\delta = \frac{A_r}{bt} \quad (\text{A.16})$$

ここに, k : 座屈係数

σ_e : 基本座屈応力

γ : 板の曲げ剛性に対する一つの突起の曲げ剛性の比

δ : 板の断面積に対する一つの突起の断面積の比

$$v = \frac{9\pi^2}{32s^2} \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{2s}} - \frac{1}{\sin^2 \frac{3\pi}{2s}} \right)$$

式(A.12)において, 係数 A_1 と A_2 は座屈係数 k を最小にするように決定されなければならない. したがって, $\partial k / \partial A_1 = 0$ を式(A.12)に適用して次式を得る.

$$A_1 \left\{ \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 + m^2 \frac{b^2}{a^2} s\gamma - k \left(1 - \frac{\varphi}{2}\right) (1 + s\delta) \right\} - \frac{16}{9\pi^2} k \varphi (1 + fs\delta v) A_2 = 0 \quad (\text{A.17})$$

さらに, $\partial k / \partial A_2 = 0$ を式(A.12)に適用して次式を得る.

$$-\frac{16}{9\pi^2} k\varphi(1+fs\delta\nu)A_1 + A_2 \left\{ \left(\frac{mb}{a} + \frac{4a}{mb} \right)^2 + fm^2 \frac{b^2}{a^2} s\gamma - k \left(1 - \frac{\varphi}{2} \right) (1+fs\varphi) \right\} = 0 \quad (\text{A.18})$$

式(A.17)と(A.18)が意味を持つためには、係数 A_1 と A_2 が作る行列式がゼロでなければならない。すなわち、

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 + m^2 \frac{b^2}{a^2} s\gamma - k \left(1 - \frac{\varphi}{2} \right) (1+s\delta) \right\} \\ & \times \left\{ \left(\frac{mb}{a} + \frac{4a}{mb} \right)^2 + fm^2 \frac{b^2}{a^2} s\gamma - k \left(1 - \frac{\varphi}{2} \right) (1+fs\varphi) \right\} \\ & - \left\{ \frac{16}{9\pi^2} k\varphi(1+fs\delta\nu) \right\}^2 = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

さらに $Z = a/(mb)$ とおくと

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{s\gamma}{Z^2} - k \left(1 - \frac{\varphi}{2} \right) (1+s\delta) \right\} \left\{ \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right)^2 + \frac{fs\gamma}{Z^2} - k \left(1 - \frac{\varphi}{2} \right) (1+fs\varphi) \right\} \\ & - \left\{ \frac{16}{9\pi^2} k\varphi(1+fs\delta\nu) \right\}^2 = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

A.2 圧縮を受ける突起付き長方形板の座屈係数

圧縮を受ける場合、式(A.20)において $\varphi=0$ と置いて次式を得る。

$$\left\{ \left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{s\gamma}{Z^2} - k(1+s\delta) \right\} \left\{ \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right)^2 + \frac{fs\gamma}{Z^2} - k \right\} = 0 \quad (\text{A.21})$$

この式で、 k に関する二つの解のうち、小さい方が座屈係数である。すなわち、

$$k = \frac{1}{1+s\delta} \left\{ \left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{s\gamma}{Z^2} \right\} \quad (\text{A.22})$$

$\partial k / \partial Z = 0$ を満たす Z が次のように与えられる。

$$Z = (1+s\gamma)^{0.25} \quad (\text{A.23})$$

この Z を式(A.22)の Z に代入し、 k の最小値が次式で与えられる。

$$k = 2 \frac{1 + \sqrt{1+s\gamma}}{1+s\delta} \quad (\text{A.24})$$

A.3 曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数

曲げを受ける場合，式(A.20)において $\varphi=2$ と置いて次式を得る．

$$\left\{ \left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{sr}{Z^2} \right\} \left\{ \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right)^2 + \frac{fsr}{Z^2} \right\} - \left\{ \frac{32}{9\pi^2} (1 + fs\delta v) k \right\}^2 = 0 \quad (\text{A.25})$$

したがって，座屈係数 k は次のようになる．

$$k = \frac{9\pi^2}{32(1 + fs\delta v)} \sqrt{\left\{ \left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{s\gamma}{Z^2} \right\} \left\{ \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right)^2 + \frac{fs\gamma}{Z^2} \right\}} \quad (\text{A.26})$$

$s=2$ のとき， $f=0$ より，式(A.26)は次式になる．

$$k = \frac{9\pi^2}{32} \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right) \sqrt{\left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{2\gamma}{Z^2}} \quad (\text{A.27})$$

$\partial k / \partial Z = 0$ を満たす条件が次式で与えられる．

$$2\gamma = (4Z^4 - 1)(Z^2 + 1) \quad (\text{A.28})$$

この式を式(A.27)に代入して，座屈係数 k は次のようになる．

$$k = \frac{9\pi^2}{32} \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right) \sqrt{\left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{(4Z^4 - 1)(Z^2 + 1)}{Z^2}} \quad (\text{A.29})$$

$s \geq 3$ のとき， $f=1$ より，式(A.26)は次式になる．

$$k = \frac{9\pi^2}{32(1 + s\delta v)} \sqrt{\left\{ \left(\frac{1}{Z} + Z \right)^2 + \frac{s\gamma}{Z^2} \right\} \left\{ \left(\frac{1}{Z} + 4Z \right)^2 + \frac{s\gamma}{Z^2} \right\}} \quad (\text{A.30})$$

$\partial k / \partial Z = 0$ を満たす Z が次のように与えられる．

$$Z = \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + s\gamma)^{0.25} \quad (\text{A.31})$$

この Z を式(A.30)の Z に代入し， k の最小値が次式で与えられる．

$$k = \frac{9\pi^2 (4 + 5\sqrt{1 + s\gamma})}{32(1 + s\delta v)} \quad (\text{A.32})$$

ここで，表A.1より， v は1に近いので1とすると，式(A.32)は次のようになる．

$$k = \frac{9\pi^2 (4 + 5\sqrt{1 + s\gamma})}{32(1 + s\delta)} = \frac{9\pi^2 (1 + 1.25\sqrt{1 + s\gamma})}{8(1 + s\delta)} \quad (\text{A.33})$$

曲げを受ける突起無し長方形板の座屈係数は23.9であるので，式(A.33)が $s\gamma=0$ のとき $k=23.9$ となるように式(A.33)の係数を変更して次式を得る．

$$k = 10.62 \frac{1 + 1.25\sqrt{1 + s\gamma}}{1 + s\delta} \quad (\text{A.34})$$

式(A.24)と(A.34)より，圧縮または曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数 k は次のように与えられる．

$$k = c_1 \frac{1 + c_2 \sqrt{1 + s\gamma}}{1 + s\delta} \quad (\text{A.35})$$

ここに、 c_1 : 圧縮を受けるとき 2, 曲げを受けるとき 10.62

c_2 : 圧縮を受けるとき 1, 曲げを受けるとき 1.25

表 A.1 ν と s の関係

s	ν
3	0.9253
4	0.9814
5	0.9931
6	0.9968
7	0.9983
8	0.9991

$$\nu = \frac{9\pi^2}{32s^2} \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{2s}} - \frac{1}{\sin^2 \frac{3\pi}{2s}} \right)$$

s : 突起で区切られた板要素の総数

付録 B 突起で区切られた板要素の座屈係数

図 B.1 を参照して， $a \times b_1$ の板要素の下縁(最上段の突起)に生じる応力 σ_3 は次式で与えられる．

$$\sigma_3 = \sigma_2 + \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{s}(s-1) = \sigma_1 - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{s} = \left(1 - \frac{\varphi}{s}\right)\sigma_1 \quad (\text{B.1})$$

$a \times b_1$ の板要素の上下縁応力比 φ_s が次式で与えられる．

$$\varphi_s = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1} = \frac{\sigma_1 - \left(1 - \frac{\varphi}{s}\right)\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{\varphi}{s} \quad (\text{B.2})$$

$a \times b_1$ の板要素の座屈係数 k_l は次式で与えられる¹³⁾．

$$k_l = \frac{8.4}{2.1 - \varphi_s} = \frac{8.4}{2.1 - \frac{\varphi}{s}} = \frac{8.4s}{2.1s - \varphi} \quad (\text{B.3})$$

$a \times b_1$ の板要素が単純支持されていると仮定すると，その座屈強度 σ_{lcr} は次式で与えられる．

$$\sigma_{lcr} = k_l \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)} \frac{1}{\left(\frac{b_1}{t}\right)^2} = k_l \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)} \frac{1}{\left(\frac{b}{st}\right)^2} = k_l s^2 \sigma_e = \frac{8.4s^3}{2.1s - \varphi} \sigma_e \quad (\text{B.4})$$

この式より， $a \times b_1$ の板要素の座屈係数 k_l は， $a \times b$ の突起付き長方形板全体の座屈係数としては次式で与えられる．

$$k_s = \frac{8.4s^3}{2.1s - \varphi} \quad (\text{B.5})$$

ここに， k_s ：突起で区切られた板要素の座屈係数を，突起付き長方形板全体の座屈係数としてあらわしたもの

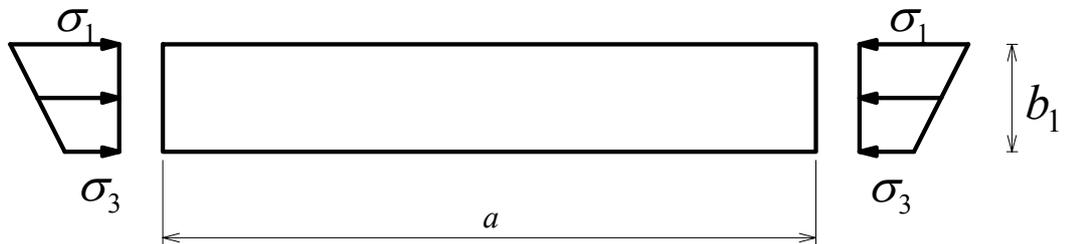


図 B.1 最上段の $a \times b_1$ の板要素